

*Horace Bertouille**

Caen

RÉSOLUTION SIMPLE DE PROBLÈMES DE THERMO-CINÉTIQUE DANS LES SOLS

APPLICATION À LA CRYOCLASTIE

Abstract

The frost may cause 3 types of fractures in a soil: the vertical V-shaped cracks, the horizontal cracks and the oblique „septiforme“ cracks which are not filled in. The study of the repartition of the forces which give rise to the horizontal cracks shows that they appear in the middle of the thickness of the frozen layer. Upon examination of such a fossil crack, that thickness is therefore determined and according to Berggren's law, one can estimate the severity of the Quaternary winters. Moreover the equation of the fracture in the soil allows the minimal temperature of these winters to be appreciated. For that purpose, one must know the repartition of the temperatures in the soil when in process of congelation. We give a simple graphic method to resolve this problem and various examples of application which determine the physical and climatic conditions necessary for the fracture of the soil.

Dans de précédentes études (Bertouille, 1970, 1971), nous avons montré que le gel dans le sol engendre des contraintes mécaniques qui peuvent conduire à la rupture. Lors de périodes glaciaires, ces contraintes ont provoqué de nombreuses fentes que l'on observe actuellement. Résumons brièvement la définition de ces contraintes et leurs effets. Dans un corps solide, élastique (c'est le cas des sols gelés) tout abaissement de température provoque une contraction, toute élévation de température, un gonflement. Si pour une raison quelconque, ces variations de volume ne peuvent s'effectuer librement, il se développe dans le corps des contraintes élastiques de traction ou de compression selon le sens de la variation de température. Ces contraintes d'origine thermique que nous qualifions de primaires ont pour valeur absolue

$$\left| \sigma' \right| = \left| \frac{\alpha \cdot E \cdot \Delta \Theta}{1 - v} \right| \quad (1)$$

Mais dans un sol les variations de température s'effectuent à partir de la surface et la conduction thermique est loin d'être instantanée, il s'y forme

* Ponts et Chaussées, Centre d'Expérimentation du Gel. Rue des Tilleuls, 14 - Caen, France.

donc un gradient de température. Dans ces conditions, les variations thermiques superficielles provoquent généralement un couple de flexion qui tend à incurver la dalle gelée et qui produit des forces horizontales secondes qui s'ajoutent aux forces horizontales primaires et des forces verticales secondes appelées *effort tranchant*. Les forces horizontales secondes ont pour valeur:

$$\sigma''_x = \frac{3z}{2e^3} \int_{-e}^{+e} \frac{\alpha \cdot E \cdot \Delta\Theta}{1-v} \cdot z \cdot dz \quad (2)$$

en sorte que le sol en gelant développe une force horizontale de traction (primaire plus seconde):

$$\sigma_x = \frac{\alpha \cdot E \cdot \Delta\Theta}{1-v} + \frac{3z}{2^3} \cdot \frac{\alpha \cdot E}{1-v} \cdot \int_{-e}^{+e} \Delta\Theta \cdot z \cdot dz \quad (3)$$

qui est à l'origine des fentes en coin verticales.

L'effort tranchant varie, en tout point, le long d'une section verticale du sol. Son maximum qui a lieu dans le plan horizontal médian de la dalle gelée a pour valeur

$$\frac{3}{2 \cdot L \cdot e} \int_{-e}^{+e} \frac{\alpha \cdot E \cdot \Delta\Theta}{1-v} \cdot z \cdot dz \quad (4)$$

et la rupture a lieu lorsque cette contrainte égale la résistance au cisaillement du sol gelé R_{cis} . Si il y a abaissement de la température, l'effort tranchant est un effort vertical de traction qui tend à fissurer la dalle gelée horizontalement au milieu de son épaisseur. On obtient ainsi les fentes horizontales que l'on observe souvent ferruginisées le long des flancs des vallées ou au coeur des massifs généralement associées à des fentes verticales. Si au contraire il y a réchauffement de la température, l'effort tranchant est une compression verticale. Le sol se rompt alors par cisaillement suivant des plans inclinés sur la verticale d'un angle: $\alpha = 45^\circ - \phi/2$ selon les théories de Coulomb et de Rankine. Nous avons appelé ces fentes, *fentes septiformes* (du latin: septi = cloison).

Dans cette étude nous allons considérer les seules fentes horizontales dues aux forces thermiques secondes et à partir des théories de la thermocinétique essayer d'en tirer des précisions d'ordre paléo-climatique. Lorsque dans une coupe de terrain, un géologue rencontre ces fentes, il peut connaître les caractéristiques physiques (thermiques et élastiques) du sol gelé qui n'ont généralement pas sensiblement varié depuis la formation des fentes, la longueur L de la dalle gelée (distance entre 2 groupes voisins de fentes), l'épaisseur du sol gelé $2e$ (e étant la distance des fentes à la surface du sol en supposant

qu'il n'y a pas eu érosion, ou l'épaisseur des produits du débitage dans les roches dures). En sorte que dans l'équation de la fissuration

$$R_{cis} = \frac{3}{2 \cdot L \cdot e} \cdot \frac{\alpha \cdot E}{1 - v} \int_{-e}^{+e} \Delta \Theta \cdot z \cdot dz \quad (5)$$

il n'y a qu'une inconnue: le facteur sous le signe d'intégration, c'est-à-dire la distribution dans le sens vertical de la température dans le sol. Mais c'est dans la détermination de cette distribution que réside la difficulté du problème que nous allons tenter de la résoudre aussi simplement que possible. On peut le poser comme suit: Lorsque dans un sol connu, on rencontre un groupe de fentes horizontales d'origine thermo-mécanique, quel fut le régime thermique imposé à la surface du sol susceptible d'avoir provoqué ces fentes? Mais tout d'abord rappelons quelques notions simples de thermique.

(I) TRANSMISSION DE LA CHALEUR

Tout écoulement de chaleur dans un corps résulte d'un déséquilibre dans sa température. La chaleur transférée ne peut être ni mesurée, ni observée directement, seuls ses effets sont observables. Dans les sols, l'effet le plus spectaculaire, celui aussi qui nous intéresse le plus dans le cadre de cette étude, est le gel. La transmission de la chaleur se fait par conduction, par rayonnement et par convection.

La conduction est le seul mécanisme possible du transfert de chaleur à l'intérieur des solides. La propagation a lieu par contact direct des molécules, sans déplacement appréciable de celles-ci. L'effet observable de la conduction dans un solide est la tendance vers l'égalisation de sa température. Cependant, si des températures différentes sont maintenues dans des régions distinctes du corps, il y a écoulement continu de chaleur de la région chaude vers la froide.

Tout corps émet à partir de sa surface et vers l'extérieur, des rayons calorifiques. Le rayonnement est donc la transmission de chaleur d'un corps chaud vers un corps froid, lorsque ces corps sont séparés l'un de l'autre. L'intensité du rayonnement dépend de la différence de température entre les 2 corps, de la nature et de l'état de leurs surfaces extérieures.

La convection à l'intérieur d'un fluide résulte des mouvements dont le fluide est animé. Ces mouvements peuvent être dus à la variation de densité du fluide résultant des différences de températures. Dans ce cas, la convection est dite naturelle. Elle est dite forcée, lorsque les mouvements sont

accélérés par un dispositif annexe (pompe, ventilateur...). La convection est le mécanisme le plus important du transfert de chaleur entre une surface solide et un fluide.

Un sol est un milieu solide dont la surface extérieure baigne dans un fluide (l'air atmosphérique) perpétuellement agité, c'est-à-dire, soumis à un système de convection forcée éminemment variable. Le coefficient d'échange thermique sol/air varie donc lui aussi dans de larges limites (1 à 10). Il est la somme du coefficient de rayonnement et du coefficient de convection lesquels dépendent de nombreux facteurs: différence de température, état et couleur de la surface du sol, présence éventuelle entre les 2 éléments d'écrans protecteurs (tapis végétal, neige...), vitesse du vent, humidité et pression atmosphériques, etc... Pour éviter les inconvénients qui sont dûs à ces nombreux facteurs variables, les spécialistes du gel des sols considèrent, non pas la température de l'air ambiant, mais la température beaucoup plus stable de la surface du sol. Nous allons suivre cette méthode d'autant plus justifiée dans notre cas, que les facteurs variables existants durant le Quaternaire, c'est-à-dire, au moment de la production des fentes que nous étudions ici, nous sont inconnus. Par ailleurs, on sait par expérience que la température de l'air diffère en moyenne de 1 à 2°C de la température de la surface du sol, ce qui permet, connaissant l'une, d'apprécier l'autre.

(II) DÉFINITIONS

Dans un corps, tous les points ayant à l'instant t la même température Θ se trouvent sur une surface appelée *surface isotherme*. Lorsque avec l'évolution du temps, les surfaces isothermes se déforment, la température varie en tout point, on dit que l'on est en régime thermique variable ou transitoire. Par contre, lorsque les isothermes n'évoluent plus avec le temps, le régime est devenu stationnaire ou permanent. Dans les sols, le régime thermique tend toujours vers le régime permanent, mais celui-ci n'est réalisé, ou à peu près, qu'à partir d'une certaine profondeur là où les variations superficielles de la température ne se font plus sentir, ou du moins, où elles sont très amorties. Dans les couches supérieures du sol, influencées par les variations de la température atmosphérique, le régime permanent s'établit rarement, sauf dans des conditions particulières, par exemple lorsqu'une couche de neige, mauvaise conductrice de la chaleur vient isoler le sol de l'atmosphère. En régime permanent, le gradient de température existant dans le sol est linéaire et par conséquent, symétrique par rapport au plan horizontal médian (plan neutre) de la dalle gelée, il n'existe donc pas, dans celle-ci, de couple de flexion, il n'y a pas fissuration horizontale d'origine mécanique possible. Par contre,

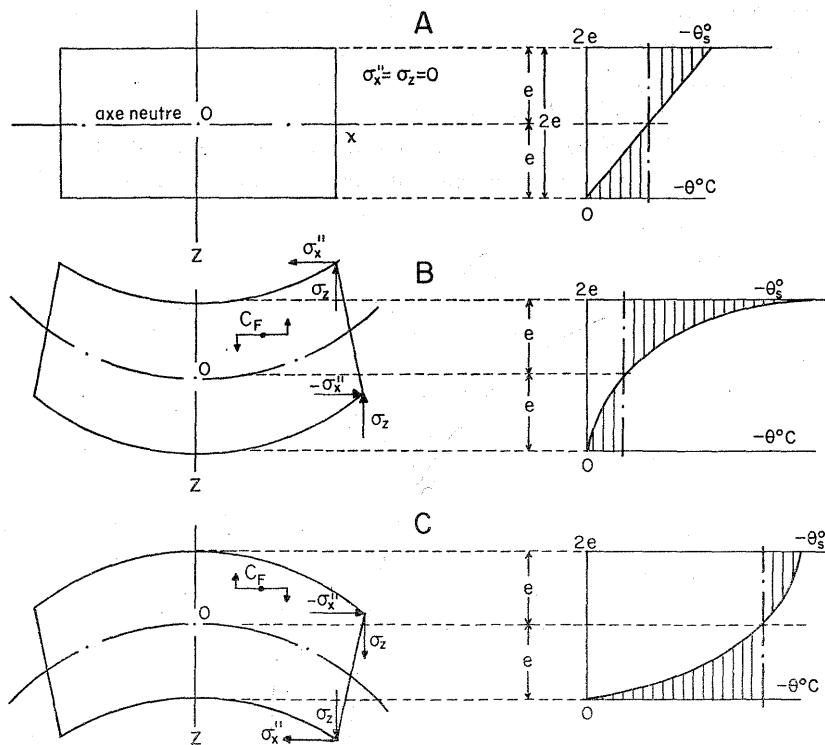


Fig. 1. Déformation d'une dalle gelée sous l'effet des forces d'origine thermique

A – gradient symétrique; B – refroidissement superficiel; C – rechauffement superficiel

Notations générales

- a – Diffusivité thermique
- c – Chaleur spécifique
- \rightarrow
- D – Densité de flux thermique
- E – Module d'élasticité
- e – $\frac{1}{2}$ épaisseur de sol gelé
- k – Coefficient d'échange convectif
- L – Longueur
- l – Largeur
- Q – Quantité de chaleur
- S – Surface
- t – Temps
- z – Dimension dans le sens vertical

- α – Coefficient de dilatation thermique
- γ – Chaleur latente de solidification
- Θ – Température
- λ – Conductibilité thermique
- ν – Coefficient de Poisson
- ρ – Masse spécifique
- σ – Contrainte: σ_x horizontale
 σ_z verticale
- φ – Angle de frottement interne
- Φ – Flux thermique
- ω – Humidité

en régime thermique transitoire, le gradient thermique n'est plus rectiligne et il est généralement dissymétrique par rapport au plan neutre, il existe alors dans la dalle gelée un coupe de flexion qui incurve la dalle et provoque les fissures que nous étudions (fig. 1).

Considérons 2 surfaces isothermes voisines, distantes de dn (fig. 2), se trouvant à l'instant t respectivement aux températures Θ et $\Theta + d\Theta$. On

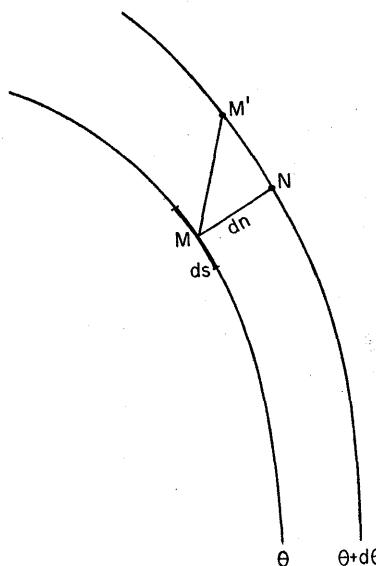


Fig. 2. Gradient thermique

appelle *gradient thermique* suivant une direction quelconque $M M'$, le rapport $\frac{d\Theta}{MM'}$. Dans la direction normale à l'isotherme, il a pour valeur

$$\text{grad. } \Theta = \frac{d\Theta}{dn} \quad (a)$$

La *quantité de chaleur* dQ qui passe à travers un élément de surface dS situé au point M entre les temps t et $t + dt$ a pour valeur

$$dQ = \lambda \cdot \frac{d\Theta}{dn} \cdot dS \cdot dt \quad (b)$$

où λ est un coefficient de proportionnalité caractéristique du milieu et appelé *conductibilité thermique*. C'est la loi fondamentale de Fourier.

Le *flux thermique* s'écoulant à travers une surface donnée dS est égal à la quantité de chaleur traversant cette surface par unité de temps.

$$d\Phi = \frac{d\Theta}{dt} = \lambda \cdot \frac{d\Theta}{dn} \cdot dS \quad (c)$$

La *densité de flux thermique* est le flux s'écoulant par unité de surface normalement à l'élément considéré.

$$\left. \begin{aligned} \vec{D} &= \lambda \frac{d\Theta}{dn} \\ \vec{D} &= \lambda \cdot \text{grad } \Theta \end{aligned} \right\} \quad (d)$$

et à cause de (a)

On appelle *capacité calorifique* c d'un corps, ou *chaleur spécifique* la quantité de chaleur nécessaire pour éléver de 1°C la température de 1 kg de ce corps. La capacité calorifique de l'eau a été prise comme unité, elle est donc égale à 1 calorie. La *chaleur latente de fusion* est la quantité de chaleur nécessaire pour fondre 1 kg du corps envisagé, sans changement de température. La chaleur latente de solidification a même valeur que la précédente, mais elle est de signe contraire. Il faut 80 frigories pour geler 1 kg d'eau maintenue à 0°C .

(III) EQUATION DES ÉCHANGES THERMIQUES DANS LES SOLS

Dans les sols, on peut généralement admettre que la température de surface à l'instant t est uniforme au moins dans les limites du terrain étudié. Cela étant, le flux thermique dans le sol est unidimensionnel, il n'y a d'échanges que dans le sens vertical et tous les plans verticaux se trouvent du point de vue thermique, dans une même situation. Les problèmes de thermo-cinétique des sols se réduisent donc à l'étude d'un plan vertical, ce qui simplifie considérablement la question. On peut aussi admettre que pour un sol donné et aux températures atmosphériques, les caractéristiques thermiques du milieu restent constantes.

Considérons (Fig. 3) un parallélépipède de cotés dx , dy , dz , dont les faces parallèles 1 et 2 sont respectivement aux températures $\Theta + d\Theta$ et Θ . Le flux entrant par la face 1 ($dx \cdot dy$) pendant l'unité de temps est: (éq. c)

$$\lambda \cdot \frac{\delta}{\delta z} (\Theta + \frac{\delta\Theta}{\delta z} \cdot dz) (dx \cdot dy)$$

le flux sortant par la face opposée est

$$\lambda \cdot \frac{\delta\Theta}{\delta z} \cdot (dz \cdot dy)$$

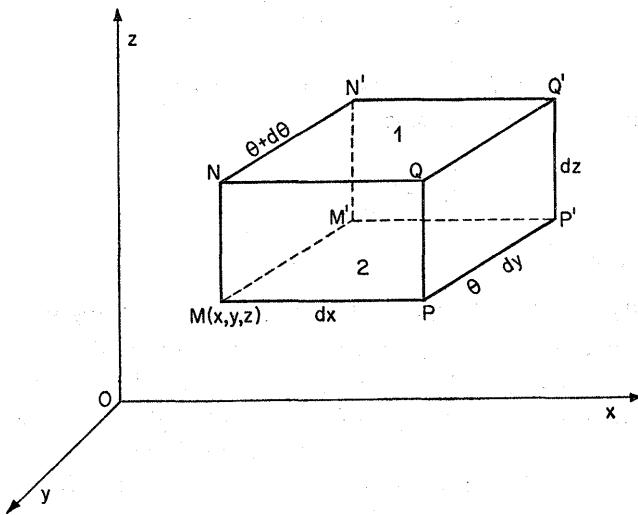


Fig. 3. Echanges thermiques

Le flux restant dans le parallélépipède est la différence des flux entrant en 1 et sortant en 2, c'est-à-dire

$$\lambda \cdot \frac{\delta}{\delta z} \left(\frac{\delta \Theta}{\delta z} \right) \cdot dx \cdot dy \cdot dz$$

soit pour l'unité de volume ($dx \cdot dy \cdot dz = 1$)

$$\lambda \cdot \frac{\delta}{\delta z} \left(\frac{\delta \Theta}{\delta z} \right) = \lambda \cdot \frac{\delta^2 \Theta}{\delta z^2}$$

A ce flux correspond une accumulation de chaleur égale au produit de la chaleur spécifique du corps, par la masse du corps, par la différence de température $d\Theta$ et par le temps. Soit pour un volume unitaire et dans l'unité de temps:

$$c \cdot \rho \cdot \frac{\delta \Theta}{\delta t}$$

$$\text{On peut dès lors écrire: } \lambda \cdot \frac{\delta^2 \Theta}{\delta z^2} = c \cdot \rho \cdot \frac{\delta \Theta}{\delta t}$$

$$\text{ou encore: } \frac{\lambda}{c \cdot \rho} \cdot \frac{\delta^2 \Theta}{\delta z^2} = \frac{\delta \Theta}{\delta t}$$

et si nous posons $a = \frac{\lambda}{c \cdot \rho}$ (a est appelé *diffusivité thermique*) on obtient

$$a \cdot \frac{\partial^2 \Theta}{\partial z^2} = \frac{\partial \Theta}{\partial t} \quad (6)$$

Cette équation (6) définit les échanges thermiques unidimensionnels en général, ceux se produisant dans les sols en particulier. Elle permet de déterminer la distribution de la température dans le sol, c'est-à-dire, l'inconnue de l'équation (5) de la fissuration thermo-mécanique horizontale. En fait, cette relation (6) est un cas particulier, simplifié par l'unicité de direction des écoulements thermiques d'une équation générale connue sous le nom *d'équation de Fourier*, laquelle avec *l'équation des cordes vibrantes*, est celle qui régit le plus grand nombre de phénomènes naturels. Les écoulements électriques en particulier, étant justiciables des équations de Fourier, des méthodes analogues ont été mises au point qui permettent par l'emploi de circuits électriques judicieusement agencés, d'étudier la conduction calorifique; citons les analyseurs électriques de Beuken (1938), de Fischer (1938), de Paschkis (1940), etc.

Mais la résolution de l'équation différentielle de Fourier, soit par intégration (Fourier, Cauchy, Poisson, Boussinesq ...), soit par la transformée de Laplace, ou le calcul opérationnel de Heaviside, est difficile à comprendre et à employer en thermique. Aussi, même chez les thermiciens préfère-t-on généralement remplacer l'équation différentielle de Fourier par une autre aux *différences finies* que traduisent avec simplicité, les constructions graphiques de Binder et Schmidt (1928) généralisées par Nisolle et les méthodes itératives du professeur Becker de Copenhague (1947). L'application de ces méthodes ne nécessite pas de connaissances mathématiques approfondies. Elles donnent cependant une précision suffisante qui dépend d'ailleurs, comme nous le verrons plus loin, du nombre des approximations utilisées dans la solution.



(IV) MÉTHODE GRAPHIQUE EN RÉGIME VARIABLE. MILIEU HOMOGENE SANS CHANGEMENT D'ÉTAT

Nous n'envisagerons ici que le cas d'un sol homogène (sol meuble ou affleurement rocheux) semi-infini, limité à la partie supérieure par une surface plane supposée horizontale et soumise à l'instant t à une température uniforme dans l'espace, différente de la température du sol. Dans ces conditions le régime thermique du système est variable, les surfaces isothermes sont des plans horizontaux mobiles dans le temps et les lignes de flux, normales à ces surfaces, sont verticales. Le cas des roches isolées baignant plus

ou moins complètement dans l'atmosphère: cailloux, blocs rocheux... a été étudié ailleurs (Bertouille, 1970). Le problème ainsi circonscrit est le suivant: Quelle est la température régnant dans un sol connu à chaque instant t et aux diverses profondeurs z ? Par suite de l'uniformité des températures dans le sol et à sa surface, le flux thermique est unidimensionnel. L'étude se réduit donc à celle d'un plan vertical et la courbe représentant les variations de température dans ce plan s'appelle *courbe isochrone*, elle évolue puisque nous sommes en régime variable.

(A) LOI DE RÉCURRENCE

Considérons dans un sol tel que défini ci-dessus, 3 plans horizontaux n , n_1 , n_2 , équidistants de Δz et où, à l'instant t , les températures sont respectivement Θ , Θ_1 , Θ_2 (Fig. 4). Nous formons ainsi 2 tranches de sol de même épaisseur, parallèles à la surface et contigües. D'après la loi de Fourier, dans la mesure où les variations des températures Θ et Θ_1 durant un temps très court Δt peuvent être négligées, et c'est le cas dans les sols et les roches où la conductibilité thermique est faible, la quantité de chaleur qui traverse la tranche nn_1 est pour une surface horizontale S (éq. b)

$$(\Delta Q)_{nn_1} = \frac{\lambda}{\Delta z} (\Theta - \Theta_1) S \cdot \Delta t$$

De même, durant le même temps Δt et pour la même surface S la 2e tranche n_1n_2 est traversée par une quantité de chaleur

$$(\Delta Q)_{n_1n_2} = \frac{\lambda}{\Delta z} (\Theta_1 - \Theta_2) S \cdot \Delta t$$

La différence de ces 2 quantités:

$$\begin{aligned} \Delta Q &= (\Delta Q)_{nn_1} - (\Delta Q)_{n_1n_2} = \frac{\lambda}{\Delta z} (\Theta + \Theta_2 - 2\Theta_1) S \cdot \Delta t = \\ &= \frac{2\lambda}{\Delta z} \left(\frac{\Theta + \Theta_2}{2} - \Theta_1 \right) S \cdot \Delta t \end{aligned} \quad (f)$$

est emmagasiné dans une portion de sol, à cheval sur le plan médian n_1 du système, plus exactement dans une tranche intermédiaire (hachurée sur la figure 4) d'épaisseur Δz et axée sur le plan n_1 . L'épaisseur Δz de cette tranche intermédiaire est impérative. En effet, l'ensemble formé par les 2 tranches de sol nn_1 et n_1n_2 et la tranche intermédiaire constitue le motif du système et le motif doit se répéter de proche en proche pour reconstituer le sol sans

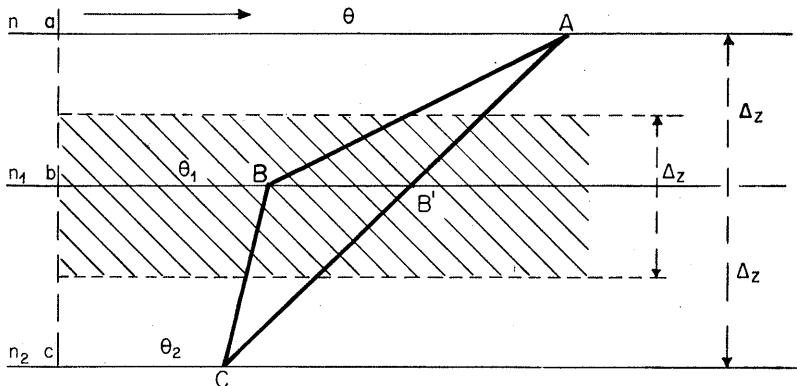


Fig. 4. Répartition de la température dans le système de Schmidt

omission, ni répétition; l'équation à laquelle on aboutit ainsi admet pour limite l'équation différentielle de Fourier, ce qui justifie la méthode.

La chaleur ainsi emmagasinée ΔQ (éq. f) fait varier la température de la tranche intermédiaire de volume S . Δz d'une quantité $\Delta\Theta$ qui, à cause de la définition même de la capacité calorifique permet d'écrire

$$\Delta Q = c \cdot \rho \cdot S \cdot \Delta z \cdot \Delta\Theta \quad (g)$$

Si nous égalons les 2 expressions (f) et (g) de la chaleur emmagasinée on tire

$$\Delta\Theta = 2 \cdot \frac{\lambda}{c \cdot \rho} \cdot \frac{\Delta t}{\Delta z^2} \left(\frac{\Theta + \Theta_2}{2} - \Theta_1 \right) \quad (7)$$

Cette équation (7) constitue la *loi de récurrence* dont nous allons donner une traduction graphique simple.

(B) GRAPHIQUE DE BINDER ET SCHMIDT ET ITÉRATION DE BECKER

Revenons à la figure 4. Si nous considérons la verticale ab comme origine des températures, les températures respectives des 3 plans envisagés n , n_1 , n_2 sont figurées par les vecteurs

$$\overline{aA} = \Theta \quad \overline{bB} = \Theta_1 \quad \overline{cC} = \Theta_2$$

en sorte que $\frac{\Theta + \Theta_2}{2} = \overline{bB'}$

et $\frac{\Theta + \Theta_2}{2} - \Theta_1 = \overline{bB'} - \overline{bB} = \overline{BB'}$

L'équation de récurrence (7) peut dès lors s'écrire, pour le plan n_1

$$(\Delta\Theta)_{n_1} = 2 \frac{\lambda}{c \cdot \rho} \cdot \frac{\Delta t}{(\Delta z)^2} \cdot \overline{BB'} \quad (7')$$

Choisissons Δt et Δz de telle sorte que $2 \cdot \frac{\lambda}{c \cdot \rho} \cdot \frac{\Delta t}{(\Delta z)^2} = 1$

ce qui impose soit l'épaisseur Δz des tranches

$$\Delta z = \sqrt{2 \frac{\lambda}{c \cdot \rho} \cdot \Delta t} \quad (8)$$

soit un intervalle de temps Δt tel que

$$\Delta t = \frac{c \cdot \rho}{2\lambda} \cdot (\Delta z)^2 \quad (9)$$

Dans ces conditions, l'équation de récurrence devient

$$(\Delta\Theta)_{n_1} = \overline{BB'} \quad (7'')$$

La température dans le plan n_1 est alors

$$\Theta_1 + (\Delta\Theta)_{n_1} = \overline{bB} + \overline{BB'} = \overline{bB}$$

C'est la moyenne arithmétique des températures au temps t des plans encadrants n_1 et n_2 . Graphiquement, c'est l'intersection de la sécante $A C$ avec le plan n_1 . Cette solution particulière de l'équation de récurrence est la base du système d'intégration graphique proposé par Binder et Schmidt, comme aussi de la méthode par itération de Becker.

Supposons un sol homogène découpé en tranches horizontales d'épaisseur constante Δz . Nous avons figuré 5 de ces tranches dans la Figure 5 et nous maintenons constantes les températures des plans n_1 et n_6 . L'isochrone réelle au temps t_0 est représentée par la courbe I_0 laquelle coupe les plans horizontaux équidistants $n_1, n_2 \dots n_6$ aux points 1, 2... 6. La ligne brisée I'_0 dont les sommets sont précisément ces points 1, 2 ... 6, représente le profil polygonal approché au temps t_0 . Dans ce système thermique, nous avons vu qu'après un laps de temps Δt , tel que

$$\Delta t = \frac{c \cdot \rho}{2\lambda} (\Delta z)^2 \quad (9)$$

la température dans un plan intermédiaire est la moyenne arithmétique des températures des plans encadrants au temps t . Ainsi donc l'intersection 2' du

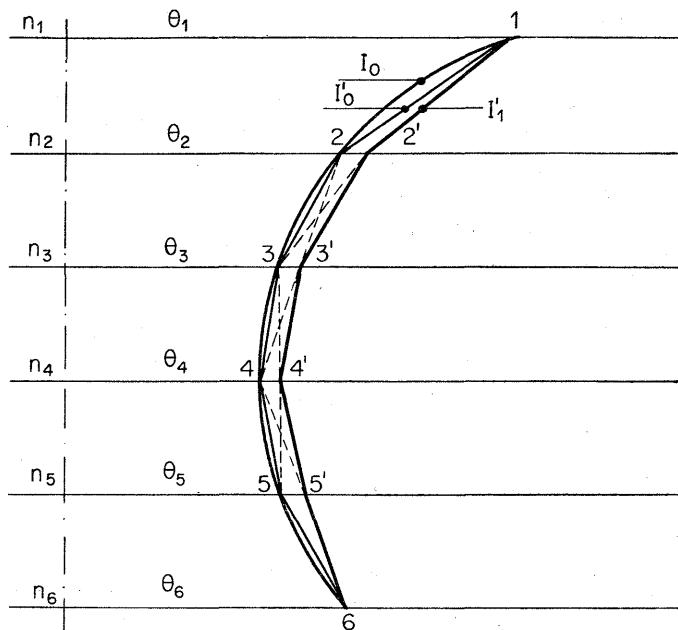


Fig. 5. Construction du profil récurrent

plan n_2 avec la sécante 1,3 donne la température de ce plan au temps $t_0 + \Delta t$; de même l'intersection 3' de 2,4 avec le plan n_3 donne la température de ce plan au même instant $t_0 + \Delta t$. On obtiendrait les points 4' et 5' par une construction analogue. L'isochrone approchée au temps $t + \Delta t$ est alors la ligne brisée I'_1 passant par les points 1, 2', 3', 4', 5', 6. On peut tracer de la même façon les isochrones approchées aux temps $t_0 + 2\Delta t$, $t_0 + 3\Delta t$..., $t_0 + n\Delta t$.

Dans le profil polygonal approché, les points obtenus sont d'autant plus proches de la réalité au temps $t + \Delta t$ que le rapport

$$\frac{(\Theta - \Theta_1) - (\Theta_1 - \Theta_2)}{\Delta z^2}$$

représente mieux le gradient $\frac{\partial^2 t}{\partial z^2}$, entrant dans l'équation de Fourier, tout le long de l'arc du profil curviligne sous-tendu par la corde A C (Fig. 4). Cette représentation est parfaite si la loi de répartition de la température dans le sol est une parabole. Il n'en est pas toujours ainsi et une portion d'arc quelconque est d'autant plus assimilable à un arc de parabole que la corde telle A C qui le sous-tend est plus courte. L'exactitude du procédé graphique

est donc inversement proportionnelle à l'épaisseur Δz des tranches de sol adoptées.

Dans sa méthode par itération, le professeur Becker de Copenhague opère directement sur les chiffres. Reprenant l'exemple de la figure 5, formons le tableau à double entrée ci-après, composé de 6 colonnes correspondant aux plans n_1, n_2, \dots, n_6 et sur une 1ère ligne, portons les températures $\Theta_1, \Theta_2, \dots, \Theta_6$ de ces plans au temps initial t_0 . Les chiffres des lignes suivantes représentent les températures de ces mêmes plans aux temps $t_0 + (1 \times \Delta t)$, $t_0 + (2 \times \Delta t), \dots, t_0 + (n \times \Delta t)$. Ces températures sont obtenues, pour un plan n au temps $t_0 + (n \times \Delta t)$ en prenant la moyenne arithmétique des températures des plans encadrants ($n - 1$) et ($n + 1$) au temps $t_0 + [(n - 1) \times \Delta t]$ c'est-à-dire, dans le tableau (I), la moyenne arithmétique des 2 températures de la ligne précédente et des colonnes adjacentes (avant et après) à celle dont on calcule la température.

Tableau I

Itération de Becker relative à la figure 5

Températures au temps	Plans no.					
	n_1	n_2	n_3	n_4	n_5	n_6
t_0	Θ_1	Θ_2	Θ_3	Θ_4	Θ_5	Θ_6
$t_0 + (1 \times \Delta t)$	Θ_1	$\frac{\Theta_1 + \Theta_3}{2}$	$\frac{\Theta_2 + \Theta_4}{2}$	$\frac{\Theta_3 + \Theta_5}{2}$	$\frac{\Theta_4 + \Theta_6}{2}$	Θ_6
$t_0 + (2 \times \Delta t)$	Θ_1					Θ_6
$t_0 + (3 \times \Delta t)$	Θ_1					Θ_6
.....						
.....						
$t_0 + (n \times \Delta t)$	Θ_1					Θ_6

Les 2 méthodes: graphique et itératoire donnent des résultats identiques, mais dans certains cas l'une peut être d'un emploi plus commode que l'autre.

(C) APPLICATIONS: CALCAIRE DE LUC-SUR-MER (CALVADOS)
DÉLITÉ PAR LE GEL

Les falaises marines de Luc-sur-Mer entaillent un calcaire stratifié horizontalement du Bathonien supérieur. Les strates qui ont 15 à 20 cm d'épaisseur sont découpées par des fentes anciennes subverticales, en plaques polygonales de 0,40 m environ dans leur plus petite largeur. Durant le Quaternaire, le sommet du calcaire a été délité par cryoclastie sur une profondeur de plusieurs mètres donnant des „plaquettes” horizontales dont l'épaisseur augmente vers le bas (Fig. 6a). La partie sommitale du calcaire a subi une

altération importante qui a modifié profondément les caractères thermiques et mécaniques de la roche. Pour cette raison, nous ne prendrons pas en considération les plaquettes dont l'épaisseur est inférieure à 3 cm.

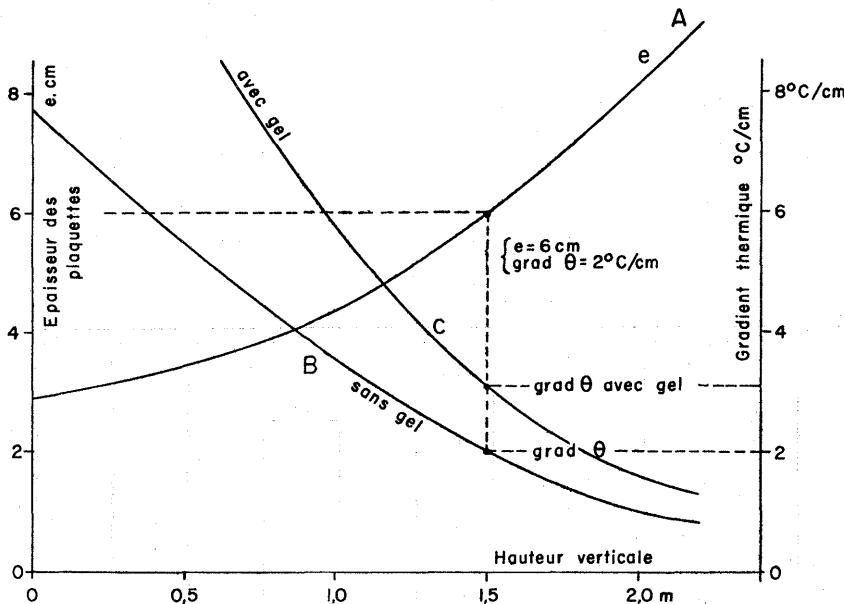


Fig. 6. Falaises marines de Luc-sur-Mer. Calcaire Bathonien

A – variation de l'épaisseur e des plaquettes suivant la verticale; B – valeur du gradient thermique provoquant la rupture sans gel. La valeur de ce gradient pour un point quelconque de la courbe A est l'intersection de l'ordonnée de ce point avec la courbe B; C – valeur du gradient thermique provoquant la rupture avec gel.

Les indications données par cette courbe ne sont pas à prendre à la lettre, les gradients de température sont trop élevés. Ceci est dû à l'imprécision des constantes physiques de la roche admises pour le calcul et au fait que nous avons négligé l'état de fatigue de la roche (H. Berthouille, 1970)

Nous avons figuré (6b: courbe A), la loi de variation de l'épaisseur en fonction de la profondeur et nous allons déterminer la valeur du gradient thermique nécessaire à l'intérieur de la roche pour obtenir la fracture en plaquettes.

L'équation de la rupture (5) peut s'écrire en sortant les constantes du signe d'intégration

$$R = \frac{3}{2 \cdot L \cdot e} \cdot \frac{\alpha \cdot E}{1 - v} \int_{-e}^{+e} \Delta \Theta \cdot z \cdot dz$$

l'inconnue étant le terme sous intégration. Pour la déterminer nous allons employer la méthode de Becker plus commode d'emploi dans le cas présent. Par la pensée, divisons en 10 tranches d'égale épaisseur Δz , la zone horizontale

d'épaisseur $z = 2e$. Cette zone 2e étant supposée à une température uniforme $\Theta = 0$, portons sa surface supérieure à une température $\Theta_s = -1^\circ\text{C}$.

Dans ces conditions, il y a conduction de frigories de la surface vers le bas et il s'établit dans la masse un profil de température donné par le tableau de Becker ci-dessous dans les conditions de temps satisfaisant l'équation (9).

Dans l'exemple de construction fig. 5 nous avons posé que les températures des plans limites n_1 et n_6 restaient fixes. Dans les sols, seule la température de la surface peut être considérée comme constante. L'élaboration du tableau de Becker ou de sa traduction graphique de Schmidt (Fig. 7) est donc légèrement différente. Cet exemple montre la marche à suivre en pareil cas et le cheminement de la perturbation thermique.

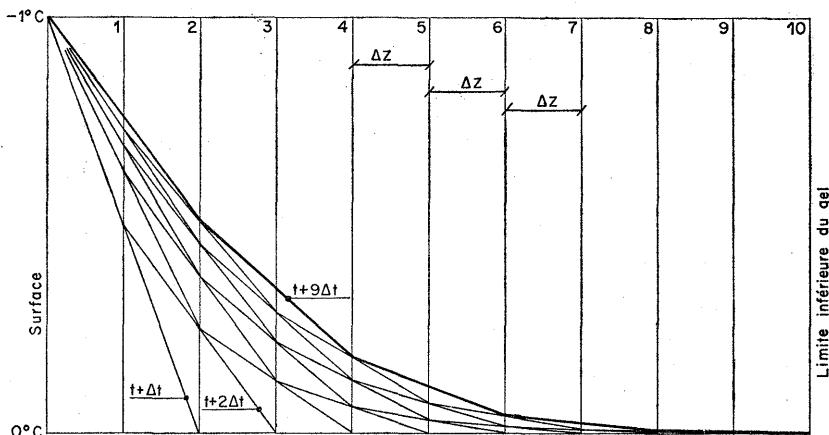


Fig. 7. Graphique de Bender et Schmidt relatif aux calcaires de Luc-sur-Mer

Puisque dans ce tableau nous avons remplacé les différentielles de l'équation 5 par des différences finies (10 dans le cas présent), l'équation 5, adaptée à la méthode de Becker, telle qu'elle est utilisée ici, peut s'écrire

$$R = \frac{3}{2 \cdot L \cdot e} \cdot \frac{\alpha \cdot E}{1 - v} \cdot \sum_{n=5}^{n+5} \Delta\Theta \cdot z \cdot \Delta z \quad (5')$$

dans laquelle $\Delta\Theta$ est la différence entre la température du plan neutre ($z = e$) et celle moyenne de la tranche de sol d'épaisseur Δz envisagée et z la distance de l'axe horizontal de cette tranche au plan neutre du système étudié, au plan n° 6 dans l'exemple présent.

L'inconnue

$$\sum_{n=5}^{n+5} \Delta\Theta \quad (h)$$

représente la différence des surfaces hachurées situées de part et d'autre de l'axe neutre de la zone de sol soumise au gradient de température, dans la figure 1. Le calcul de cette quantité (h) est indiqué dans le tableau II ci-après pour une variation de la température de surface de 1°C, ce qui donne:

$$\sum_{n=5}^{n+5} \Delta\Theta \cdot z \cdot \Delta z = 5,07 (\Delta z)^2$$

Ainsi au moment où l'influence de la variation superficielle de 1°C de la température atteint la base de la zone d'épaisseur $2e$, l'équation de la rupture est la suivante

$$R = \frac{3}{2 \cdot L \cdot e} \cdot \frac{\alpha \cdot E}{1 - v} \cdot 5,07 \cdot (\Delta z)^2$$

La valeur de la sommation $\sum_{n=5}^{n+5} = 5,07 \cdot (\Delta z)^2$ est indépendante de la

nature du matériau étudié, seul le temps de propagation de la chaleur Δt (éq. 9) en dépend, mais il n'intervient pas ici. Cette valeur de Σ a été, calculée pour une variation de température de 1°C, mais le graphique recurrent ou le tableau de Becker pour toute autre variation de la température de surface, est homothétique à celui que nous avons établi, en sorte que, pour une variation de la température de surface ΔS la sommation est

$$\sum_{n=5}^{n+5} = \Delta\Theta_s \cdot z \cdot dz = 5,07 \cdot \Delta\Theta_s \cdot (\Delta z)^2$$

L'équation générale de la rupture (5) adaptée à la méthode de Becker s'écrit alors

$$R = \frac{3}{2 \cdot L \cdot e} \cdot \frac{\alpha \cdot E}{1 - v} \cdot 5,07 \cdot \Delta\Theta_s (\Delta z)^2 \quad (5'')$$

de laquelle on tire la valeur de la variation de température de surface

Tableau II

Zone de roche soumise à une variation superficielle de température de 1°C.

Profil de température, valeur de l'inconnue (éq. h)

$$\sum_{n=4}^{n+5} \Delta\Theta \cdot z \cdot \Delta z$$

Horace Bertouille

Températures aux temps	Plans N° - Températures en °C (négatives)										
	Surface 1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
t_0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$t_0 + (1 \times \Delta t)$	1	0,5	0	0		Δz plan neutre	Δz				
$t_0 + (2 \times \Delta t)$	1	0,5	0,25	0	0						
$t_0 + (3 \times \Delta t)$	1	0,625	0,25	0,125	0	0		Δz			
...	1	0,625	0,375	0,125	0,062	0	0				
...	1	0,688	0,375	0,219	0,062	0,031	0	0			
	1	0,688	0,453	0,219	0,125	0,031	0,015	0	0		
	1	0,727	0,453	0,289	0,125	0,070	0,015	0,008	0	0	
	1	0,727	0,508	0,289	0,180	0,070	0,039	0,008	0,004	0	0
$t_0 + (9 \times \Delta t)$	1	0,754	0,508	0,344	0,180	<u>0,110</u>	0,039	0,022	0,004	0,002	0
Températures moyennes Θ_m °C dans la tranche N°	0,877 $n+5$	0,631 $n+4$	0,426 $n+3$	0,262 $n+2$	0,145 $n+1$	0,075 $n-1$	0,031 $n-2$	0,013 $n-3$	0,003 $n-4$	0,001 $n-5$	
$z = \Delta z \times$	4,5	3,5	2,5	1,5	0,5	-0,5	-1,5	-2,5	-3,5	-4,5	
* $\Delta\Theta = \Theta_m - 0,110$ en °C	0,767	0,521	0,326	0,152	0,035	0,035	0,079	0,079	0,107	0,109	

$$\begin{aligned} \sum_{n=5}^{n+5} \Delta\Theta \cdot z \cdot \Delta z &= (0,767 \times 4,5) + (0,521 \times 3,5) + (0,316 \times 2,5) + (0,152 \times 1,5) + (0,035 \times 0,5) \\ &\quad - [(0,035 \times 0,5) + (0,079 \times 1,5) + (0,079 \times 2,5) + (0,107 \times 3,5) + (0,109 \times 4,5)] (\Delta z)^2 \\ &= 5,067 \cdot (\Delta z)^2 \end{aligned}$$

* $\Delta\Theta$ est la différence de température par rapport à celle du plan neutre d'où dans le cas présent la soustraction de 0,110°C.

Nota - Chaque ligne du tableau correspond à un profil intermédiaire dans la méthode graphique. Pour une division récurrente en n tranches, lorsque l'influence de la variation de température superficielle atteint la base de la zone de sol considérée, le profil des températures est donné par la (n-1)e ligne ou le (n-1)e tracé graphique.

$$\Delta\Theta_s = \frac{2 \cdot L \cdot e \cdot (1 - v) \cdot R}{15,21 \cdot \alpha \cdot E \cdot (\Delta z)^2} \quad (10)$$

Si l'on poursuivait l'étude du profil des températures dans la zone d'épaisseur $2e$ pour des temps supérieurs à $t_0 + (9 \times \Delta t)$, tout en maintenant les plans horizontaux limités aux températures 0 et ($-1^\circ C$), on observerait que le profil des températures dans la masse tend vers une droite, c'est-à-dire, vers le cas de la figure 1A. Dans ces conditions, la sommation Σ diminue et avec elle diminuent les efforts qui tendent à provoquer la rupture. La courbe que nous avons établie et qui correspond à l'instant $t_0 + 9\Delta t$ où l'influence de la variation de la température de surface atteint le bas de la zone $z = 2e$ correspond au maximum des efforts mécaniques provoqués dans la masse par le changement de régime thermique.

Le calcul du régime thermique ayant provoqué la rupture en plaquettes des falaises calcaires de Luc-sur-Mer (Fig. 6a) peut être calculé à partir de l'équation (10) si l'on connaît les constantes thermiques et mécaniques de la roche. Ces constantes sont (valeurs approximatives):

Coefficient de dilatation thermique:	$\alpha = 1 \times 10^{-5}$
Conductibilité thermique	$\lambda = 0,005 \text{ cal/cm} \cdot {}^\circ\text{C/sec}$
Chaleur spécifique de la roche sèche	$c = 0,2 \text{ cal/kg}$
Densité	$\rho = 2,4$
Module d'élasticité	$E = 1 \times 10^6$
Coefficient de Poisson	$v = 0,3$
Résistance à la rupture	$R = 15 \text{ kg/cm}^2$
Plus petite largeur moyenne des plaques:	$L = 40 \text{ cm}$
Epaisseur des plaquettes débitées:	$e_0 = 3 \text{ à } 8 \text{ cm}$
Division de la zone étudiée:	10 tranches soit $\Delta z = \frac{2e}{10}$

En introduisant ces valeurs dans l'équation (10) nous avons obtenu pour les différentes valeurs de e_0 la variation de température $\Delta\Theta_s$ et le gradient thermique correspondant: grad. $\Theta = \frac{\Delta\Theta_s}{2e}$. Ces résultats sont consignés dans le tableau III ci-dessous et dans la figure 6b, courbe B où nous avons figuré la valeur du gradient thermique en fonction de la profondeur dans le sol dans le cas particulier de Luc-sur-Mer. La lecture de ce tableau montre que le facteur essentiel de la rupture par effet thermique est le gradient de température qui doit être très élevé, ce qui nécessite une variation brutale de température.

Nous avons, jusqu'ici, supposé qu'il n'y a pas gel de l'eau contenue dans

Tableau III

Régime thermique nécessaire pour obtenir la rupture

Epaisseur des plaquettes $e_0 =$	Déférence de température $\Delta_s =$	Gradient thermique correspondant
3 cm	46°C	7,7°C/cm
4	34,5	4,3
5	27,6	2,8
6	23	1,9
7	19,7	1,4
8	17,2	1,2
9	15,3	0,85

la roche durant la période de temps envisagée, soit que les températures sont partout positives ou négatives, soit que la roche ne contient pas d'eau. Il n'en est évidemment pas toujours ainsi. Nous reviendrons donc sur cet exemple d'application en tenant compte du changement d'état liquide/solide de l'eau contenue dans la roche.

(V) MÉTHODE DE GRAPHIQUE EN RÉGIME VARIABLE POUR UN MILIEU COMPOSÉ DE PLUSIEURS COUCHES HOMOGÈNES,
MAIS DE CARACTÉRISTIQUES DIFFÉRENTES

Indicatrices de Nisolle

Pour les sols composés de couches planes superposées dont les caractères mécaniques et thermiques sont différents, on peut utiliser les mêmes méthodes. Les profils que nous établissons étant isochrones, le facteur temps Δt des équations (8) et (9) doit être absolument constant. De ce fait, l'épaisseur des tranches de sol Δz satisfaisant à l'équation (8) varie d'une couche de terrain à l'autre.

Lorsqu'on est en présence de 2 couches de terrain superposées seulement, le problème ne présente aucune difficulté. On divise la couche supérieure dont l'épaisseur $2e$ est finie, en un nombre entier convenable de tranches d'égale épaisseur Δz et la formule (9) donne la valeur correspondante Δt du temps de pénétration du flux thermique. A partir de ce temps obligatoirement le même pour les 2 couches, la relation (8) relative à la 2e strate du sol donne, pour celle-ci, l'épaisseur de tranche $(\Delta z)'$ différente de Δz qui convient. Le profil polygonal approché, construit à partir de ces données, est isochrone et représentatif du profil réel des températures dans le sol. Dans un sol composé de plus de 2 couches successives, l'emploi du système de

récurrence se heurte au fait qu'il n'est pas toujours possible de déterminer un temps Δt commun qui permette la division de toutes les couches en un nombre entier de tranches répondant à l'équation (8). Ainsi dans un sol composé de 3 couches différentes, dont 2 d'épaisseurs finies $2e_1$ et $2e_2$ la relation (9) appliquée à chacune de celles-ci s'écrit

$$\text{pour la couche 1 } (\Delta z)_1 = \sqrt{2 \left(\frac{\lambda}{c \cdot \rho} \right)_1 \cdot \Delta t} = \frac{2e_1}{N_1}$$

$$\text{pour la couche 2 } (\Delta z)_2 = \sqrt{2 \left(\frac{\lambda}{c \cdot \rho} \right)_2 \cdot \Delta t} = \frac{2e_2}{N_2}$$

et doit, en toute rigueur, définir une division des couches 1 et 2 en N_1 et N_2 tranches, N_1 et N_2 étant des nombres entiers, ce qui est généralement impossible.

On peut tourner la difficulté en arrondissant à l'unité la plus proche le nombre fractionnaire N obtenu, l'un des 2 diviseurs ayant été choisi entier dès le départ. Par ce procédé, on introduit une erreur systématique d'autant plus faible que les diviseurs N_1 et N_2 sont grands autrement dit, d'autant plus faible, que les tranches sont étroites. Dans la nature, les couches géologiques ont rarement une épaisseur rigoureusement constante, en sorte que l'erreur apportée par l'application de cette méthode doublement approchée est souvent du même ordre de grandeur que celle due aux variations d'épaisseur de la couche; la méthode est donc fréquemment applicable.

Par ce qu'il a appelé la *méthode des indicatrices*, Nisolle a résolu le problème d'une façon beaucoup plus rigoureuse. Dans l'étude d'un dispositif composé de p couches successives, nous avons, pour chaque couche, 2 équations (8) et (9) et 2 facteurs; Δz et Δt soumis au calcul, Δt étant constant dans les p systèmes de 2 équations. Si nous introduisons une inconnue auxiliaire dans la double équation (8-9) de chaque couche on obtient un système de 2 équations à 3 inconnues dont la résolution ne peut s'effectuer qu'en fixant préalablement et arbitrairement la valeur d'une de ces inconnues. Nous fixerons donc Δz de manière à obtenir un nombre entier de tranches.

Reprendons le système des 3 plans n , n_1 , n_2 respectivement aux températures $a A = \Theta$, $b B = \Theta_1$, $c C = \Theta_2$ déjà utilisé au paragraphe IV-A (Fig. 8) et considérons 2 horizontales I_1 et I_2 que Nisolle appelle *indicatrices*, encadrant le plan n_1 à distance J . Δz avec $J \leq 1$. Le profil des températures à l'instant t étant $A B C$, ces indicatrices le coupent respectivement en A_J et C_J . La droite $A_J C_J$ définit le point B_J sur le plan n_1 . Les triangles $A B C$

et $A_J B C_J$ étant semblables dans le rapport $\frac{1}{J}$ on peut écrire

$$\overline{B B'} = \frac{\overline{B B'_o}}{J} \quad (i)$$

Nous avons établi au paragraphe IV-A que l'on a, en conséquence de l'équation de récurrence

$$(\Delta\Theta)_{n_1} = 2 \cdot \frac{\lambda}{c \cdot \rho} \cdot \frac{\Delta t}{(\Delta z)^2} \cdot \overline{B B'} \quad (7')$$

que l'on peut écrire à cause de (i)

$$(\Delta\Theta)_{n_1} = 2 \cdot \frac{\lambda}{J \cdot c \cdot \rho} \cdot \frac{\Delta t}{(\Delta z)^2} \cdot \overline{B B'_J}$$

Si comme précédemment nous faisons

$$2 \cdot \frac{\lambda}{J \cdot c \cdot \rho} \cdot \frac{\Delta t}{(\Delta z)^2} = 1$$

ce qui impose

$$\Delta z = \sqrt{\frac{2 \cdot \lambda}{J \cdot c \cdot \rho} \cdot \Delta t} \quad (8')$$

et

$$\Delta t = J \cdot \frac{c \cdot \rho}{2\lambda} \cdot (\Delta z)^2 \quad (9')$$

l'équation de récurrence devient $(\Delta\Theta)_{n_1} = \overline{B B'_J}$

et la température dans le plan n_1 à l'instant $t + \Delta t$ est alors

$$\Theta_1 + (\Delta\Theta)_{n_1} = \overline{b B} + \overline{B B'_J} = \overline{b B'_J}$$

Le point B'_J joue ici le rôle du point B' dans la construction figure 4. A partir du même profil de température que celui de la figure 4 en utilisant la méthode des indicatrices de Nisolle on obtient l'épure figure 9. Il est évident que la construction de Nisolle ne présente d'intérêt que pour les sols stratifiés en plus de 2 couches dans la zone étudiée. La figure 9 représente le profil d'une seule couche; pour les autres couches les profils seraient établis de la même façon, mais à partir de valeurs de Δz et de J différentes données par la double équation (8' et 9') de chaque couche, Δt restant rigoureusement constant dans toutes les strates.

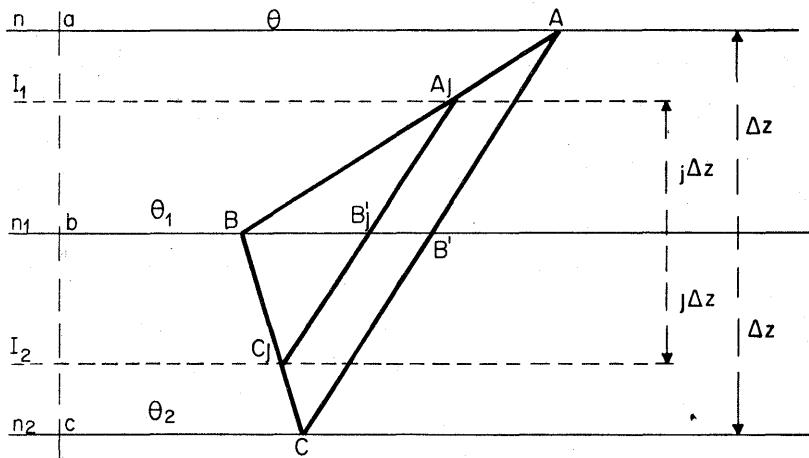


Fig. 8. Indicatrices de Nisolle

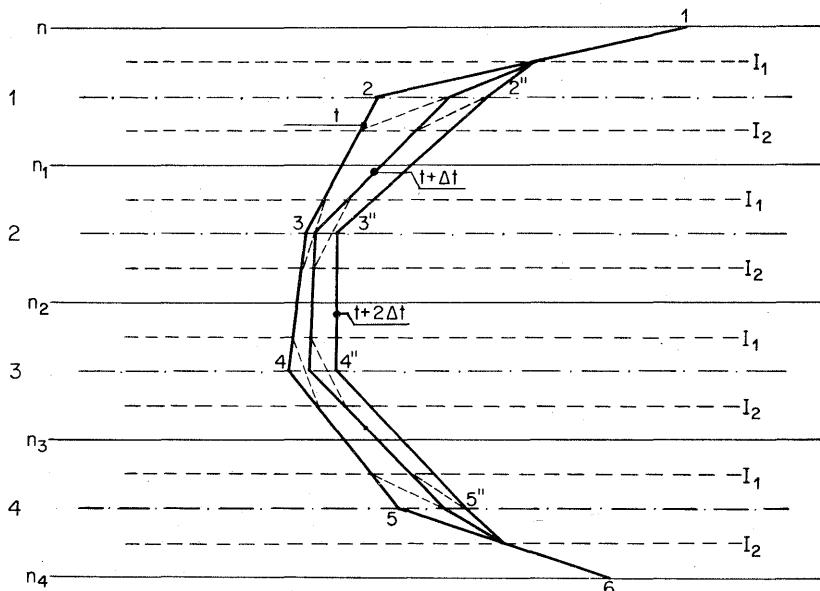


Fig. 9. Construction récurrente avec indicatrices de Nisolle

(VI) MÉTHODE DE RÉCURRENCE
POUR ÉCHANGES THERMIQUES CONVECTIFS

Nous avons dit au paragraphe I que dans la nature, les échanges thermiques convectifs, c'est-à-dire, entre l'air et le sol sont éminemment variables et dans des limites très larges. C'est pourquoi les spécialistes, et nous avec eux jusqu'ici, envisagent rarement le calcul à partir de la température atmosphérique bien que les méthodes de Binder et Schmidt et de Becker en permettent la résolution. Nous allons brièvement exposer l'application de ces méthodes aux échanges convectifs.

Supposons un sol qui, à l'instant t , est à une température Θ tandis que la température de l'air ambiant est T (fig. 10). Soit k le coefficient d'échange thermique (convection plus rayonnement). La densité de flux échangée à la

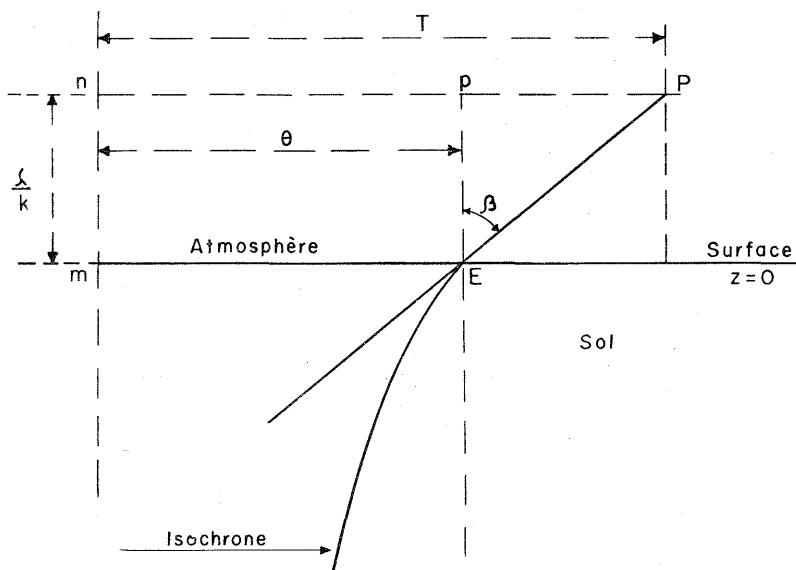


Fig. 10. Echanges convectifs

surface du sol ($z = 0$), par convection et rayonnement doit traverser par conduction une pellicule superficielle de sol infiniment mince dans laquelle la rétention de chaleur est négligeable. La définition de la densité de flux permet d'écrire

$$\left(\frac{dQ}{S \cdot dt} \right)_{z=0} = k(T - \Theta) = \lambda \left(\frac{\delta \Theta}{\delta z} \right)_{z=0}$$

Par suite de la définition des dérivées, $\frac{\delta \Theta}{\delta z}$ représente la pente de la tan-

gente à l'isochrone au point tel que E (fig. 10) où celle-ci coupe la surface du sol, c'est-à-dire

$$\operatorname{tg} \hat{\beta} = \left(\frac{\delta \Theta}{\delta z} \right)_{z=0} = \frac{k}{\lambda} (T - \Theta) = \frac{T - \Theta}{\lambda/k}$$

Si nous définissons un point P tel que son ordonnée $mn = \frac{\lambda}{k}$ et son abscisse $\overline{nP} = T$ on voit que $\overline{pP} = \overline{nP} - \overline{np} = \overline{nP} - \overline{mE} = T - \Theta$ et dans le triangle P E p

$$\operatorname{tg} \hat{E} = \frac{\overline{Pp}}{\overline{Ep}} = \frac{T - \Theta}{\lambda/k} = \operatorname{tg} \hat{\beta}$$

Ainsi les tangentes aux isochrones au point où celles-ci rencontrent la surface du sol passent toutes par un même point extérieur à l'épure, de coordonnées T et λ/k que l'on appelle *pôle du profil* et qui est le point de départ de la construction de l'épure. Tout se passe comme ci, à l'instant t, le sol recevait sur sa surface supérieure en surépaisseur un corps ayant pour épaisseur λ/k de même conductibilité thermique λ que le sol et à travers lequel le profil des températures est toujours rectiligne ce qui implique que ce corps fictif est dénué de capacité calorifique.

Pour la résolution graphique du problème on détermine d'abord les constantes dépendantes l'une de l'autre Δz et Δt (équations 8 et 9). Après avoir figuré les différentes tranches de sol à une échelle convenable (fig. 11), si l'on prend la perpendiculaire m n comme origine des températures il est aisément de définir d'une part, le pôle P du profil ayant pour abscisse la température de l'air T et pour ordonnée par rapport à la surface du sol, le rapport λ/k et d'autre part, le point E de la surface ayant pour abscisse la température Θ de la surface. Par ailleurs, on dispose de part et d'autre du plan représentant

la surface, 2 plans distants de ce dernier de $\frac{\Delta z}{2}$ que l'on numérote $-0,5$ et $+0,5$. On trace ensuite les plans 1,5, 2,5, 3,5 ... équidistants de Δz et qui représentent les plans médians des tranches de sol. Au temps initial t l'isochrone est formée par la droite P · (+0,5). Au temp $t + \Delta t$, la température du plan $+0,5$ est la moyenne arithmétique de celles des plans $-0,5$ et $+1,5$ comme dans le cas de conduction simple (§ IV-B), c'est-à-dire B'' sur le graphique tandis que le profil des températures entre la surface et le plan $+0,5$ est B B'' portion de la droite P B''. La figure 11 montre le procédé de construction du profil au temps $t + n \cdot \Delta t$.

Lorsque le sol est composé de diverses couches planes, hétérogènes, la méthode des indicatrices de Nisolle peut être appliquée comme indiqué au paragraphe V, pour le cas d'échanges thermiques convectifs.

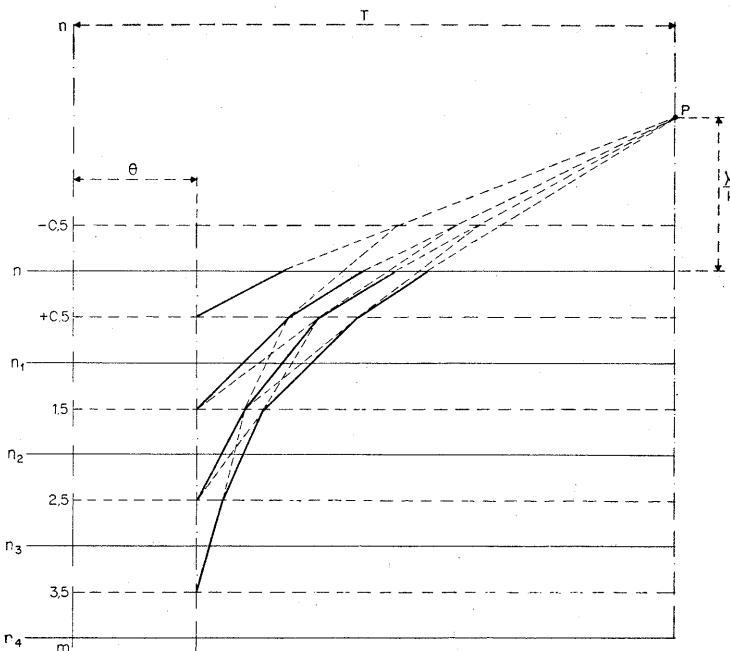


Fig. 11. Profil des températures lors d'échanges convectifs

(VII) ÉTUDE DU PROFIL DE TEMPÉRATURE DANS UN SOL HUMIDE EN COURS DE GEL

Dans ce qui précéde, nous avons indiqué un moyen graphique ou par itération permettant de déterminer facilement les profils de température dans divers types de sol, mais sans envisager dans ceux-ci la possibilité d'un changement de phase. Nous nous sommes donc bornés à considérer soit des sols secs complètement dépourvus d'eau, soit des humides dont les températures sont et restent absolument positives ou négatives, sans qu'il y ait gel ou dégel au cours de la période de temps et dans l'espace étudiés.

L'introduction du phénomène de changement de phase, par suite de la quantité de chaleur qui intervient sans modifier la température (chaleur latente) et du déplacement continu du front où se produit le changement de phase, complique considérablement le problème de thermo-cinétique. Mathématiquement, la solution est connue, mais elle est tellement complexe que, même les spécialistes hésitent à l'utiliser, ils préfèrent employer des approximations plus ou moins empiriques. Nous avons imaginé une méthode, qui nous ramène aux graphiques de Binder et Schmidt ou aux

tableaux de Becker à condition de formuler au départ quelques hypothèses simplificatrices qui sont d'ailleurs comme nous allons le voir assez proches de ce qui se passe dans les sols.

La rupture sous l'effet des contraintes mécaniques d'origine thermique ne peuvent se produire que dans les solides. Dans les roches cohérentes, chaque strate peut être considérée comme une entité indépendante des autres; c'est ce qui nous a permis d'établir la courbe B (Fig. 6b). Dans les sols meubles, par contre, les forces mécaniques agissent au niveau des grains ou des unités structurales; il ne peut donc y avoir de rupture sans une rigidification, une solidification préalables que le gel peut conférer momentanément et qui rend le sol monolithique en quelque sorte.

(A) EXPOSÉ DE LA MÉTHODE, HYPOTHÈSES SIMPLIFICATRICES

Dans un sol en cours de refroidissement, s'il n'y a pas changement d'état, tout le flux thermique (négatif) qui traverse la surface du sol sert à en abaisser la température. Lorsqu'il y a changement d'état, une partie de ce flux est employé à la congélation de l'eau contenue dans le sol sans variation de température, tandis que le solde provoque le refroidissement. Ainsi pour un sable siliceux de densité apparente $\rho = 1,6$ et de capacité calorifique $c = 0,2$ à l'état sec et contenant 20% de son poids d'eau, il faut $(1,6 \times 0,2) + (1,6 \times 0,20 \times 1) = 0,64$ frigories pour abaisser de 1°C la température de 1 dm^3 de ce sable; par contre, pour congeler ce dm^3 il faut: $1,6 \times 0,2 \times 80 = 25,6$ frigories. La congélation dans ce cas précis correspond donc à un abaissement de température de $25,6/0,64 = 40^{\circ}\text{C}$ lorsqu'il n'y a pas changement d'état. Ce phénomène ne peut donc être négligé.

La méthode graphique que nous proposons pour déterminer les profils de température lorsqu'il y a congélation, suppose connue la vitesse de propagation du gel dans le sol (même en régime thermique uniforme, cette vitesse varie avec la profondeur). Cela étant, on connaît le temps nécessaire pour congeler chacune des tranches semblables successives (fig. 13) du découpage du sol intervenant dans le système récurrent de Binder et Schmidt; ce temps Δt_g est variable d'une tranche à l'autre. Par ailleurs, l'épaisseur uniforme Δz de ces tranches étant fixée, la constante de temps Δt correspondante est précisée par l'équation 8. Dès lors, si nous considérons une tranche de sol de rang quelconque n , le rapport des temps $\zeta = (\Delta t_g)_n/\Delta t$ indique le nombre de fois successives (ζ) que, durant la congélation de cette tranche n , le sol gelé se trouve dans les conditions requises pour satisfaire l'équation de récurrence. Il faut donc, durant le temps Δt_g construire ζ profils récurrents successifs P_1, P_2, \dots, P_ζ pour suivre l'évolution continue du processus thermique.

Mais le flux thermique qui atteint le front de gel sert en ordre principal à la congélation, il y a donc en ce point discontinuité dans le profil des températures (Fig. 12). Ceci ajouté au déplacement continu du front de gel constitue la difficulté du problème. Pour le résoudre, nous formulons les hypothèses simplificatrices suivantes :

(1) On admet que la température de surface Θ_s est constante. Dans la pratique, Θ_s peut être prise égale à la température moyenne de la période de temps étudiée sans introduire d'erreur appréciable.

(2) Nous supposons que le sol avant gel se trouve à la température de 0°C . C'est l'hypothèse de base du problème de Stefan que nous étudions plus loin et dont les prévisions correspondent assez bien avec les faits de la nature. De plus, durant le Quaternaire, les conditions climatiques des périodes froides, en abaissant la température moyenne annuelle, ont mis le sol français dans des conditions thermiques plus proches de notre hypothèse qu'elles ne le sont actuellement.

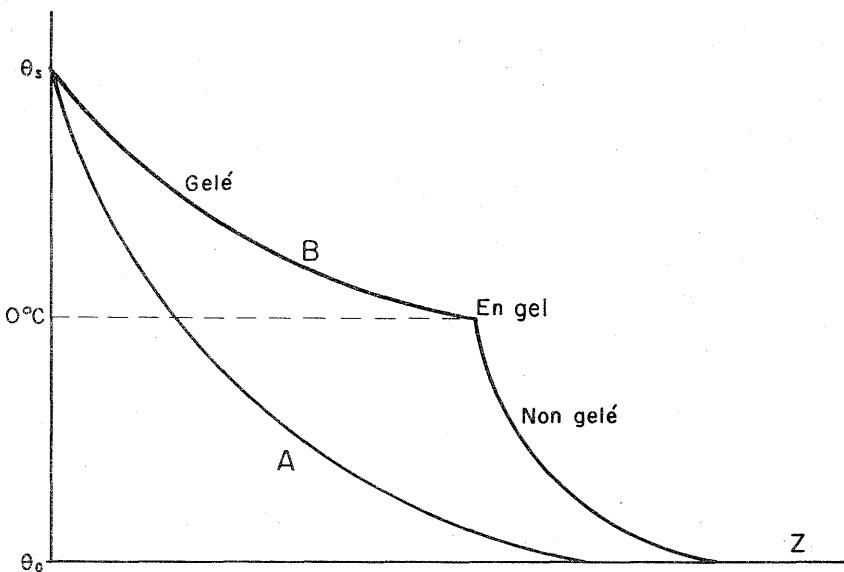


Fig. 12. Profil des températures

A – continu, sans changement d'état; B – discontinu avec changement d'état

(3) Nous admettons aussi que durant tout le temps de congélation $\Delta t_g = \zeta \Delta t$ d'une tranche de sol, la température de celle-ci reste 0°C . Si nous fixons aux tranches une épaisseur Δz faible, notre hypothèse est proche de la réalité. On sait en effet que dans un sol le gel ne s'effectue pas suivant un plan bien défini, mais au contraire dans une zone plus ou moins épaisse

selon les conditions du milieu dans laquelle la température reste sensiblement celle de l'engel. Néanmoins, en agissant ainsi, nous introduisons une erreur systématique sur la valeur du flux thermique dont dépend le profil des températures. En effet, le flux est fonction du gradient thermique, lequel varie à tout instant dans la tranche de sol en voie de congélation alors que nous l'y supposons nul. Mais si dans la construction graphique, nous considérons que seul le plan médian de la tranche en voie de congélation est à 0°C , l'erreur introduite l'est par défaut dans la moitié amont de la tranche et par excès dans la moitié aval. Ces erreurs de signe contraire se compensent alors sensiblement.

Selon ces hypothèses, la totalité du flux thermique qui aboutit à la tranche de rang n , servant uniquement à congeler cette tranche, y reste contrentrée. Cette quantité de chaleur correspond sur le graphique à la portion du profil polygonal P_ζ située en aval de la face d'entrée du flux dans la tranche n , le profil ayant été établi en négligeant le changement de phase (fig. 13, ligne brisée B C D E). Mais au temps $t_0 + \zeta \cdot \Delta t$ auquel correspond le profil $P_\zeta = P_3$ le front de gel se situe à la limite aval (point F) de la tranche n entière-

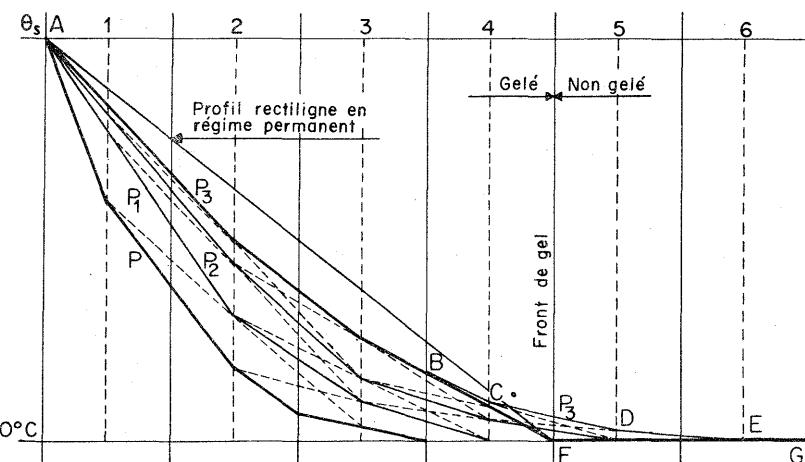


Fig. 13. Exemple de tracé récurrent pour un sol en cours de gel. Congélation de la tranche no. 4 pour laquelle $\zeta = 3$

P — profil des températures à la fin de la congélation de la tranche no. 3, soit au temps t_0 ; P_1 — premier profil intermédiaire au temps $t_0 + 1 \times \Delta t$; P_2 — second profil intermédiaire au temps $t_0 + 2 \times \Delta t$; P_3 — profil au temps $t_0 + 3 \times \Delta t$, la tranche 4 est alors entièrement gelée.

Les 3 profils P_1 , P_2 , P_3 , sont tracés sans tenir compte de la congélation. La partie BCDE du profil P_3 est fictive et correspond à la chaleur latente de congélation de la tranche 4. Le profil réel à l'instant $t_0 + 3\Delta t$ est la ligne brisée ABFG, le point F et tout le sol sous-jacent étant à la température 0°C .

ment gelée, le profil des températures dans cette tranche est donc représenté par la droite B F, le point F étant à 0°C comme toute la partie aval F G du sol d'ailleurs.

Remarques :

(1) Dans l'établissement des différents profils $P_1, P_2 \dots P_\zeta$, bien que le sol gelé et le sol non gelé ont des caractéristiques différentes, il n'y a lieu de considérer que le sol gelé avec ses caractéristiques (éq. 8 et 9). En agissant ainsi, on introduit une erreur uniquement dans la position des isothermes du sol non gelé et non pas dans leur valeur aux diverses fractions de temps Δt . Cette erreur dans la position des isothermes n'a, ici, aucune importance puisque la partie erronée du profil est fictive et représente les frigories absorbées par la congélation.

(2) Le facteur ζ est généralement un nombre fractionnaire. On peut soit arrondir ζ à la valeur entière la plus proche, soit, et cette 2e méthode est plus exacte, tracer les 2 profils pour les valeurs entières encadrant la valeur de ζ et interpoler entre ces 2 tracés.

(3) Cette méthode peut s'appliquer aux terrains composés de couches différentes successives de la même manière et avec les mêmes procédés que ceux étudiés antérieurement en dehors de tout changement d'état.

(B) EXEMPLES D'APPLICATION

(1°) *Etude des fentes mécaniques horizontales de la sablière Montaubert à Bondoufle (30 km au sud de Paris)*

Cette sablière s'ouvre à flanc de coteau dans une butte témoin de sable stampien (Oligocène moyen). Les parois verticales de l'exploitation présentent de très beaux exemples de fissuration d'espèces diverses (Fig. 14). Les fentes mécaniques horizontales sont accompagnées de fentes septiformes, ces dernières limitant les cellules de gélivité dont le diamètre L varie entre 10 et 20 m. Les fentes mécaniques horizontales se situent à une profondeur de 2 m, ce qui, selon nos théories conduit à une épaisseur de sol gelé $2e = 4 m = z$.

La profondeur atteinte par le gel étant connue, il est possible de déterminer l'indice de gel I_g , facteur permettant d'apprécier la rigueur de l'hiver. L'indice de gel est la sommation dans le temps du produit des températures négatives par le temps d'application.



Fig. 14. Butte témoin Montaubert à Bondoufle (Seine et Oise) de sable stampien (Oligocène moyen)

IB – fentes mécaniques horizontales; IC – fentes septiformes; IIA – fentes dues à la déssication cryo-osmotique

$$I_g = \int_{t_0}^t (\Theta_j)_- dt$$

on le traduit généralement en degrés-jours, c'est-à-dire, que durant la période considérée, on additionne les moyennes journalières des températures Θ_j négatives, on obtient ainsi sensiblement

$$I_g \neq \sum_{t_0}^t (\Theta_j)_- \times 1 \text{ jour en degrés-jours}$$

Pour obtenir cet indice de gel à partir de la profondeur atteinte par le gel, plusieurs formules sont employées. La plus simple est celle de Stefan

$$z = \sqrt{\frac{2\lambda}{\gamma \cdot \omega \cdot \rho}} \cdot \sqrt{I_g}$$

Cette relation suppose un régime thermique permanent, c'est-à-dire, que tout le flux thermique traversant la surface est sensé congeler le sol, elle néglige en outre, le flux terrestre et la capacité calorifique du sol. En fait, dans les sols humides, cette formule concorde assez bien avec la réalité, nous allons voir pourquoi.

La relation de Berggren tient compte des éléments négligés par Stefan

$$z = \xi \sqrt{\frac{\lambda_- + \lambda_+}{\gamma \cdot \omega \cdot \rho}} \cdot \sqrt{I_g}$$

Dans cette formule λ_- et λ_+ représentent respectivement la conductibilité thermique du sol gelé et du sol non gelé et ξ est un facteur correctif qui introduit précisément les éléments négligés par Stefan (Abaque n° 4).

Considérant le peu d'écart des valeurs des constantes thermiques des divers constituants minéraux des sols M. S. Kersten et A. Philippe (1967) ont, à partir de valeurs moyennes de ces constantes, établi des abaques que nous reproduisons en annexe, permettant la résolution de l'équation de Berggren. Les abaques 1 à 5 précisent la valeur des constantes thermiques du sol et, à partir de là, l'abaque n° 6 à points alignés permet de déterminer l'indice de gel en fonction de la profondeur atteinte par le gel.

Le sable stampien de Bondoufle ayant une densité sèche apparente $\rho = 1,6$, nous avons déterminé à l'aide de ces abaques les courbes représentant l'indice de gel I_g en fonction de l'épaisseur de sol gelé (Fig. 15) pour des humidités en poids de matière sèche de 2, 5 et 10%. Ces courbes montrent l'influence de l'humidité sur la profondeur atteinte par le gel. Ainsi, pour obtenir 4 m de sol gelé, il faut un indice de gel de 1 550 degrés-jour si le sol ne contient que 2% d'humidité, alors qu'il faut 3 140 degrés-jour pour 5% d'eau et 4 150 pour 10%.

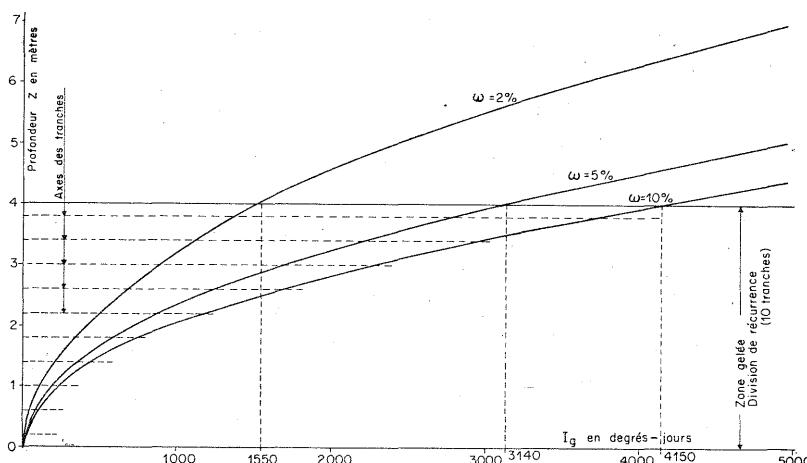


Fig. 15. Sable stampien de Boundoufle. Indice de gel I_g en fonction de l'épaisseur de la couche gelée; % d'humidité ω en poids de sol sec

Tableau IV

Caractères thermiques du sable de Bondoufle gelé - $\omega = 2\%$

Chaleur spécifique du sol gelé	$c \cdot \rho = 0,325 \text{ cal/cm}^3$	(abaque n° 1)
Chaleur latente de congélation	$\gamma = 2,55 \text{ cal/cm}^3$	(abaque n° 3)
Coefficient de Berggren	$\xi = 0,88$	(abaque n° 4)
Conductibilité thermique	$\lambda = 1,7 \cdot 10^{-3} \text{ cal/cm}^3 \cdot {}^\circ\text{C/sec}$	(abaque n° 5)

La courbe (Fig. 15 - $\omega = 2\%$) permet d'estimer l'indice de gel nécessaire pour geler chaque tranche du sol dans notre système récurrent. Dès lors, si par comparaison avec des régions soumises actuellement à un indice de gel de 1 550 degrés-jour, nous adoptons une valeur moyenne des températures hivernales de -24°C , on peut déterminer le temps nécessaire pour congeler chacune des tranches du sol et la valeur de facteur ζ correspondant. Dans cet exemple nous avons divisé le sol gelé en 10 tranches d'égale épaisseur, soit: $\Delta z = 0,40 \text{ m}$ (Fig. 15). Le calcul, en considérant l'axe horizontal des tranches est résumé ci-dessous (Tabl. V).

$$\Delta t \text{ (équation 8)} \quad \Delta t = \frac{c \cdot \rho}{2\lambda} \cdot (\Delta z)^2 = \frac{0,325}{2 \times 17 \times 10^{-3}} \cdot (40)^2 = 42,4 \text{ heures}$$

Tableau V

Tranche n°	I_g nécessaire pour la congélation degrés-jour	Temps de congélation $\frac{24 \cdot I_g}{\Theta_s}$ Δtg en heures	$\xi = \frac{\Delta tg}{42,4}$
0-1,5	28	28	0,66
1,5-2,5	72	72	1,7
2,5-3,5	115	115	2,7
3,5-4,5	140	140	3,3
4,5-5,5	160	160	3,8
5,5-6,5	175	175	4,1
6,5-7,5	200	200	4,7
7,5-8,5	235	235	5,5
8,5-9,5	265	265	6,2

Connaissant ζ on peut construire le profil de récurrence comme indiqué ci-dessus en adoptant comme précédemment un $\Delta\Theta$ de 1°C , soit une température de 0°C dans le sol et une température de surface $\Theta_s = -1^\circ\text{C}$. Dans ces conditions, la résolution du terme température de l'équation de la fis-

suration à partir du profil récurrent donne

$$\int_{-e}^{+e} \Delta\Theta \cdot z \cdot dz = 2,08 (\Delta z)^2$$

De même que lorsqu'il n'y a pas changement d'état, les graphiques de température sont homothétiques quelle que soit la température de surface. Le facteur température de l'équation de la fissuration devient pour une température de surface du sol quelconque Θ_S et dans les conditions de cet exemple

$$\int_{-e}^{+e} \Delta\Theta \cdot z \cdot dz = 2,08 \cdot \Theta_S \cdot (\Delta z)^2$$

En introduisant cette valeur et celles des caractéristiques mécaniques de notre sable gelé:

$$\alpha = 2 \times 10^{-5}$$

$$v = 0,3$$

$$E = 1,2 \times 10^6$$

$$R = 15 \text{ kg/cm}^3$$

dans l'équation de la fissuration

$$R = \frac{3}{2 \cdot L \cdot e} \int_{-e}^{+e} \frac{\alpha \cdot E}{1 - v} \cdot \Delta\Theta \cdot z \cdot dz$$

on peut déterminer les températures maximales de surface en fonction du diamètre L des cellules de gélivité. Dans le cas des sables de Bondoufle on obtient ainsi

$(\Theta_S)_{\max} = 0,0175 \text{ L}$	$(L \text{ en cm})$
soit pour $L = 15 \text{ m}$	$\Theta_{\max} = -26^\circ\text{C}$
20 m	-35°C
25 m	-44°C
30 m	-52°C

Ces chiffres ne sont pas rigoureux, les valeurs de la température moyenne et des caractères mécaniques des sols gelés que nous avons admises étant très approximatives. L'étude de ces caractères, la détermination de leur valeur exacte restent à faire.

Pour représenter la congélation de 4 mètres de notre sol humidifié à 2%, nous avons tracé $\zeta = 33$ profils successifs. S'il avait contenu 5% d'eau nous aurions dû en tracer $\zeta = 74$. Or l'examen de la figure 13 montre que l'on tend rapidement vers le profil rectiligne du régime thermique permanent et vers l'annulation des forces de rupture avec l'accroissement de ζ . On voit par là, que l'augmentation de l'humidité du sol conduit rapidement à une impossibilité totale de fissuration horizontale mécanique et explique pour-

quoi, dans les terrains humides tels que limons et argiles dans lesquels ζ est élevé, la formule de Stefan, bien qu'elle néglige plusieurs facteurs importants, donne cependant des résultats sensiblement conformes avec la réalité.

(2°) *Etude de la fissuration du calcaire bathonien des falaises de Luc sur Mer*

Dans ce qui précède, nous avons étudié la fracture de ces calcaires en négligeant la congélation de l'eau qu'ils contiennent. La courbe B de la figure 6 représente la valeur du gradient thermique nécessaire pour obtenir la rupture lorsqu'il n'y a pas changement d'état. Si maintenant nous considérons la congélation de cette roche humidifiée à 2% et si, faute de renseignements plus précis, nous admettons les valeurs des caractéristiques mécaniques précisées ci-dessus et les constantes thermiques données par les abaques de Kersten - Philippe, l'équation de la rupture devient

$$R = \frac{3}{2 \cdot L \cdot e} \cdot \frac{\alpha \cdot E}{1 - v} \cdot 3,2 \cdot \Theta_s (\Delta z)^2$$

le facteur température sous le signe d'intégration ayant été résolu graphiquement comme dans l'exemple précédent

$$\int_{-e}^{+e} \Delta \Theta \cdot z \cdot dz = 3,2 \cdot \Theta_s (\Delta z)^2$$

En introduisant dans cette équation particulière de la rupture les valeurs numériques adoptées des divers facteurs, on obtient pour le calcaire humidifié à 2% les valeurs que nous avons traduites par la courbe C dans la figure 6 b. La comparaison des courbes B et C montre une fois de plus l'importance de l'humification de la roche.

(VIII) CONCLUSIONS

Les fentes horizontales mécaniques dues au gel se produisent parallèlement à la surface du sol et sensiblement au milieu de la zone gelée dans les sols meubles, au milieu des strates d'abord, des produits de débitage ensuite dans les roches cohérentes. Les forces engendrées par le gel causes de ces ruptures, sont étroitement liées au profil des températures existant dans le milieu étudié et elles sont d'autant plus importantes que ce profil est incurvé. A la limite, lorsque le profil des températures est rectiligne et c'est, avec le temps, vers cette situation que tend tout échange thermique, il n'y a plus de forces en jeu, donc plus de fissuration possible. La valeur du gradient thermique qui conditionne la forme de la courbe des températures importe donc autant,

sinon plus, que la différence des températures. Ceci implique une 1^e condition nécessaire pour obtenir ce type de fentes: un gel brutal.

Le flux thermique positif ou négatif, qui pénètre dans un corps est limité à la fois, par la valeur du gradient des températures et par la conductibilité thermique du corps selon la loi de Fourier. Par ailleurs, l'eau nécessite pour congeler, une quantité de frigories importante (chaleur latente: 80 cal/kg). La présence d'eau dans un sol y ralentit donc considérablement la progression du gel, ce qui permet au profil des températures de se rapprocher du profil rectiligne d'équilibre au cours de l'évolution du processus de congélation (fig. 13). Les forces en jeu diminuent donc avec l'accroissement de la teneur en eau et cet accroissement conduit rapidement à une impossibilité en ce qui concerne la fissuration. Une faible teneur en eau, indice d'un climat plutôt sec est donc une 2^e condition nécessaire à la rupture et explique pourquoi les fentes mécaniques horizontales ne se rencontrent que dans les roches cohérentes peu perméables et les sols bien drainés, les sables maigres en particulier.

La détermination mathématique du profil des températures dans un sol est un problème difficile à résoudre. Par contre, les méthodes graphiques de Bender et Schmidt et itératoires de Becker sont d'un emploi à la fois simple et commode. Elles sont d'usage courant chez les thermiciens du moins lorsqu'il n'y a pas changement de phase. Nous proposons une méthode analogue aux précédentes qui tient compte de la congélation. Connaissant le profil des températures on peut résoudre l'équation de la fissuration. Lorsqu'il n'y a pas changement d'état, la différence de température nécessaire pour obtenir la rupture s'obtient ainsi directement. Par contre, lorsqu'il y a changement d'état (congélation) le problème n'est soluble qu'à condition de fixer à priori une température de surface et il est évident qu'en présence d'une fente fossile, cet élément fait totalement défaut. Mais la fente se situant au milieu de la zone gelée permet d'estimer la profondeur atteinte par le gel et par l'équation de Berggren de déterminer l'indice de gel correspondant, figuratif de la rigueur du climat.

Par comparaison avec des régions actuellement affectées d'un indice de gel égal à celui ainsi déterminé, on présume de la température moyenne de l'air ou de la surface du sol qui a dû régner au moment de la fissuration. A partir de là, il est possible de construire le profil des températures dans le sol et ensuite de résoudre l'équation de la fissuration. On obtient ainsi la température minimale hivernale, c'est-à-dire, la température négative ayant provoqué la rupture du sol.

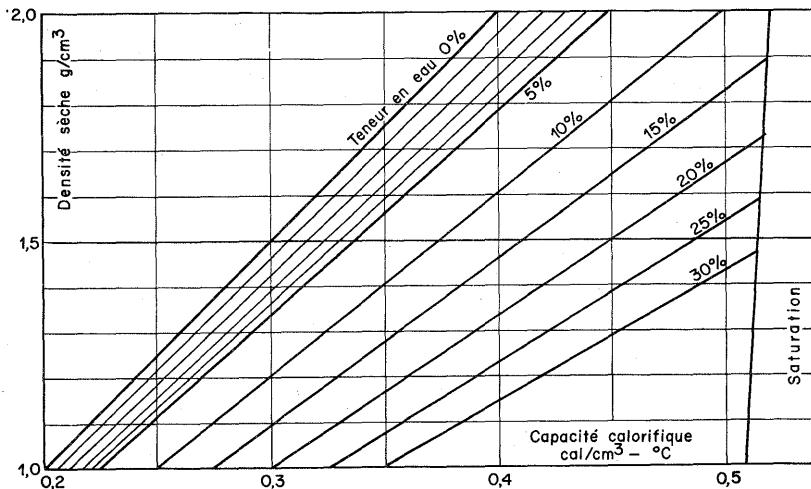
Dans cette étude nous avons donné le moyen d'apprécier la variation de température nécessaire pour obtenir la rupture en dehors du gel d'une part et lorsqu'il y a congélation de l'eau contenue dans la roche d'autre part.

En fait, la fissuration a pu se produire dans chacun de ces 2 systèmes et, en présence d'une fente ancienne, il est impossible de déterminer lequel. On peut, en effet, supposer que la rupture a eu lieu lors d'un 1er gel ou bien lors d'un abaissement brutal de la température atmosphérique, le sol étant déjà gelé. Cette 2e hypothèse est surtout applicable aux roches cohérentes stratifiées superficielles. L'étude de thermo-cinétique dans les sols que nous venons de développer ne permet donc pas de déterminer une température de surface même approchée, mais seulement les limites de températures entre lesquelles se situent les conditions propices à la fissuration, à savoir: les 2 solutions de l'équation de la rupture lorsqu'il y a et lorsqu'il n'y a pas gel. Mais pour résoudre correctement ce problème, la connaissance des caractères mécaniques et thermiques des roches et des sols est indispensable. Or ce sujet n'a jusqu'ici été qu'effleuré et les résultats publiés sont souvent disparates. Il y a là un vaste champ d'études qui s'offre aux chercheurs, dont l'exploration pourra conduire par la thermique à une connaissance plus précise des phénomènes paléo-climatiques.

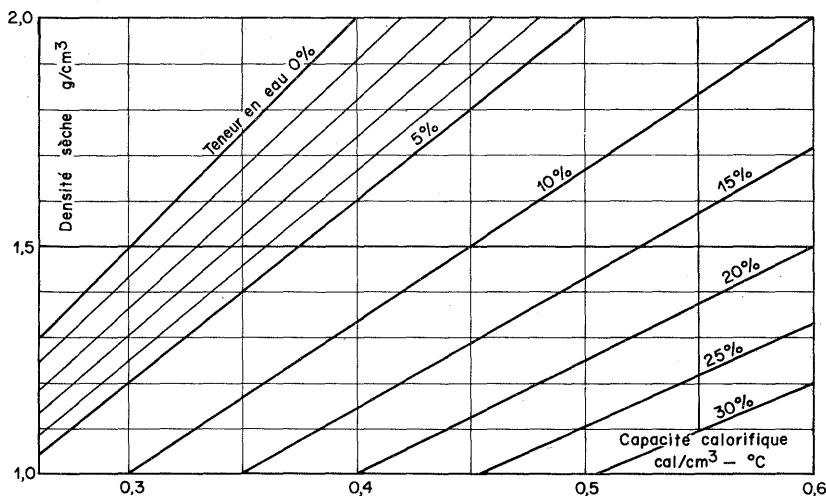
Bibliographie

- Bertouille, H. 1970 - Thermoclastie et cryoclastie des roches. Etude mathématique du phénomène. *Bull. Centre de Géomorphologie, Caen*, no. 12.
- Bertouille, H., 1971 - Théories physiques appliquées à quelques phénomènes de cryergie. *Colloque intern. Géomorph., Liège-Caen, Juin-Juillet 1971*.
- Kersten, M. S., 19xx - Specific heat of soils. *Proceedings 2ème Conférence Int. de Mécanique des Sols*; Rotterdam.
- Nessi, A., Nisolle, L., 1929 - Méthodes graphiques pour l'étude des installations de chauffage. Dunod, Paris (Editeur).
- Philippe, A., 1967 - Méthode provisoire d'évaluation des profondeurs atteintes par le gel dans les sols et les chaussées. *Bull. de liaison des Laboratoires Routiers - Ponts & Chaussées*, no. 28, Nov.-Déc. 1967.
- Schmidt, H., Furthman, E., 1928 - Über die Gesamtstrahlung fester Körper. *Mitt. K. W. Inst. Eisenforsch.*, Abhandl. 109; Düsseldorf.
- Veron, M., 1950, 1951 - Champs thermiques et flux calorifiques. *Bull. Techn. Babcock et Wilcox*, no. 23 et 24; 48, rue de la Boétie, Paris 8^e.

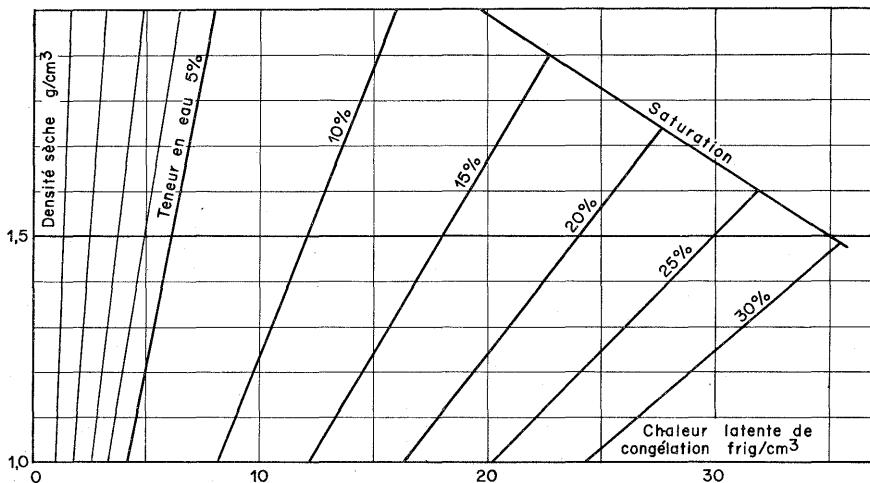
ANNEXE: Abaques pour la détermination des caractéristiques thermiques des sols et de l'indice de gel. Repris de M. S. Kersten et A. Philippe (1967)



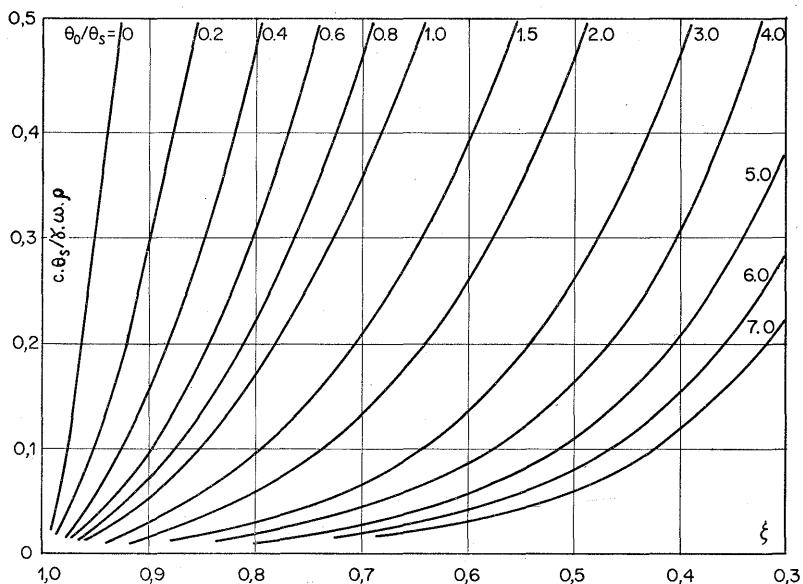
Abaque no. 1. Capacité calorifique des sols gelés c



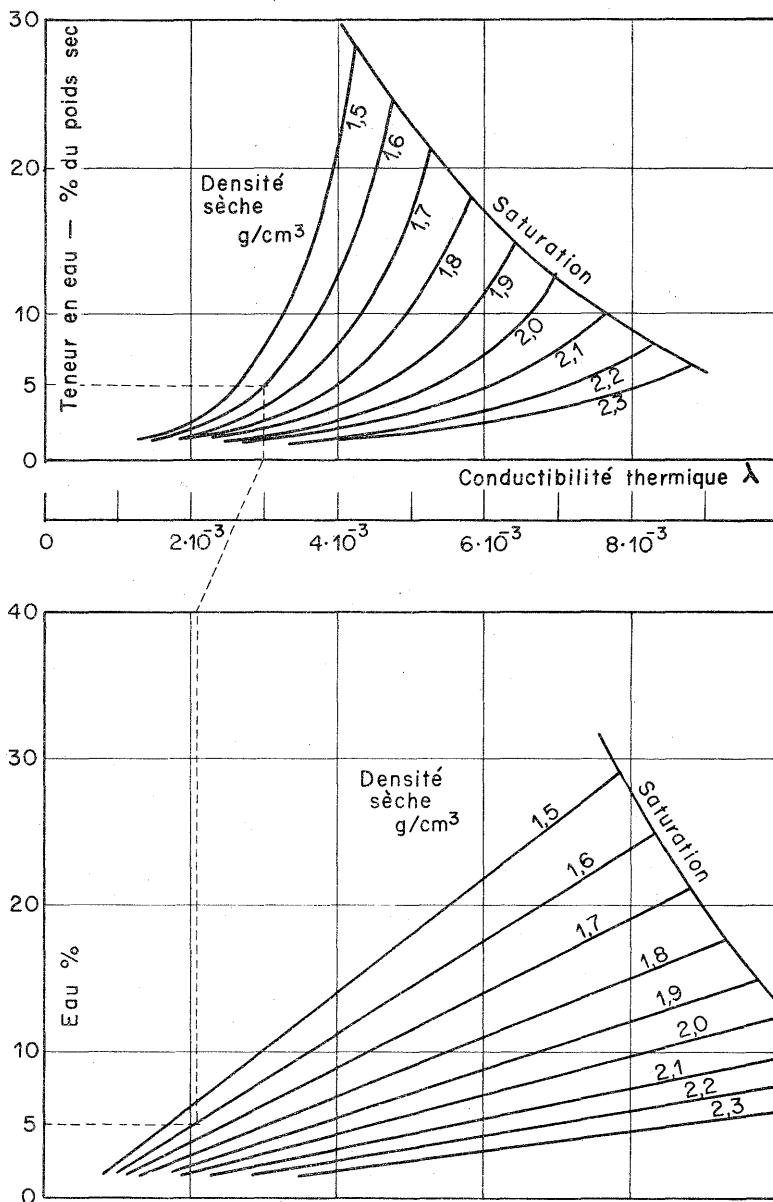
Abaque no. 2. Capacité calorifique des sols non gelés



Abaque no. 3. Chaleur latente de congélation des sols γ

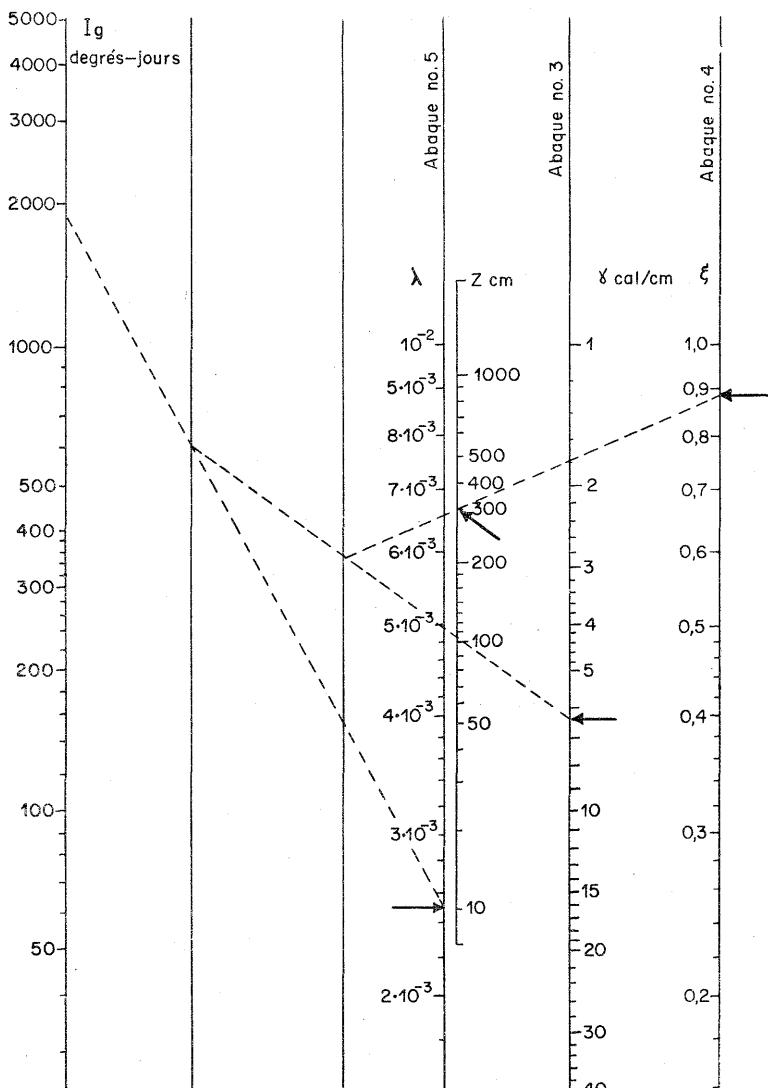


Abaque no. 4. Coefficient de Berggren ξ



Abaque no. 5. Coefficient de conductibilité thermique. Sols grenus

En pointillé, exemple d'emploi de l'abaque pour un sable de densité sèche $\rho = 1,6$ et d'humidité $\omega = 5\%$
 $\lambda = 2,5 \cdot 10^{-3}$



Abaque no. 6. Calcul graphique de l'indice de gel I

En pointillé, exemple d'utilisation de l'abaque pour un sable: densité sèche — $\rho = 1,6$, humidité — $\omega = 5\%$, conductibilité thermique — $\lambda = 2,5 \cdot 10^{-3}$, chaleur latente — $\gamma = 6,4 \text{ cal/cm}^3 \text{ C}^\circ$ de Berggren — $\xi = 0,88$, profondeur de gel — $z = 3$ m, $I_g = 1850$ degrés-jours